

Aufgabe 2

(4 P)

		Falsch
(1) Eine Kugel mit dem Durchmesser $d = 5 \text{ cm}$ hat den Oberflächeninhalt $A_{\text{Oberfl.}} = 157,08 \text{ cm}^2$. Ist das richtig?		<input type="checkbox"/>
(2) Ist das Volumen V_{Kugel} einer Kugel mit dem Durchmesser d gegeben, so kann man d berechnen. Ist das richtig?		<input type="checkbox"/>
(3) Verdoppelt man den Durchmesser einer Kugel, so vervielfacht sich das Volumen um den Faktor 8. Ist das richtig?		<input type="checkbox"/>
(4) Der Oberflächeninhalt einer halbkugelförmig ausgefüllten Halbkugel beträgt $A_{\text{Oberfl.}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2$. Ist das richtig?		<input type="checkbox"/>

Aufgabe 3

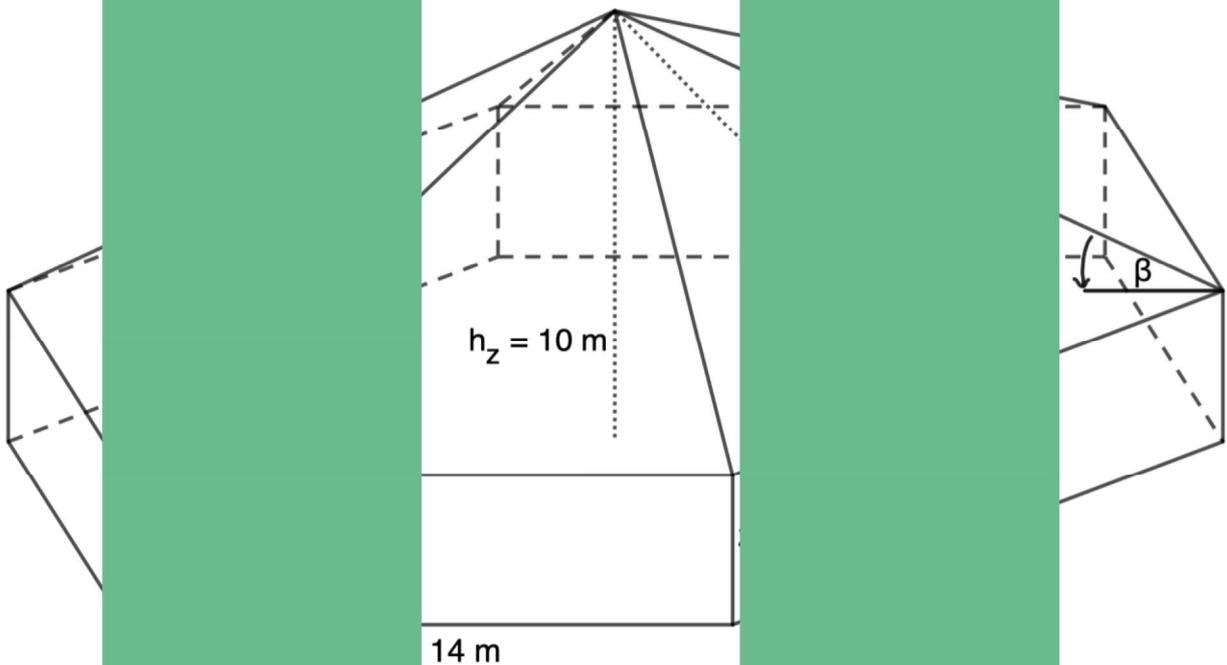
Zylinder und Kegel (mit TR)

(2 P + 7 P)

Ein Zirkuszelt hat die Form eines Zylinders mit einer sechseckigen Grundfläche. Die Höhe des Zylinders beträgt $z = 3,5 \text{ m}$. Die Höhe des Zeltes beträgt $h_z = 10 \text{ m}$.

Die Höhe des Zylinders beträgt $z = 3,5 \text{ m}$. Die Höhe des Zeltes beträgt $h_z = 10 \text{ m}$.

Die Höhe des Zylinders beträgt $z = 3,5 \text{ m}$. Die Höhe des Zeltes beträgt $h_z = 10 \text{ m}$.



¹ Erinnerung

Ein Sechseck besteht aus sechs

10. Klasse Gymnasium
 Probe aus der Mathematik
LÖSUNGEN

Aufgabe 1

a)

(1) $f(x) = -0,25x^4 + 2x^2 - 4$
 Da $f(x)$ eine Polynomfunktion ist, ist der Graph achsensymmetrisch zur y -Achse.

(2) $f(x) = 0$
 Substitution $x^2 = t$

$-0,25t^2 + 2t - 4 = 0$

Lösung $t = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot (-0,25) \cdot (-4)}}{2 \cdot (-0,25)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{-0,5} = -4$

Rücksubstitution $x_{1/2} = \pm \sqrt{-4} = \pm 2i$ (jeweils eine komplexe Nullstelle)

$\Rightarrow f(x) = -0,25(x + 2i)^2(x - 2i)^2$

Sowohl $x_1 = 2i$ als auch $x_2 = -2i$ führen bei Rücksubstitution zu den reellen Nullstellen $x = 2$ und $x = -2$. Diese haben jeweils die Vielfachheit 2, d.h. die Nullstellen $x = 2$ und $x = -2$ kommen jeweils doppelt vor. Die Nullstellen $x = 2i$ und $x = -2i$ bleiben in der Form erhalten.

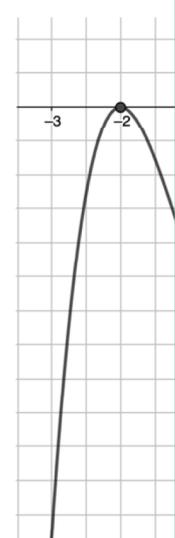
(3) $f(0) = -4$
 Schnittpunkt mit der y -Achse

(4) Die Wertemenge ist $W_f =]-\infty; 0]$. Die Funktion hat zwei reelle Nullstellen, die jeweils mit Vielfachheit 2 auftreten. Die Nullstelle $x = 0$ führt der y -Achse, die Nullstelle $x = 2$ führt der x -Achse. Der Graph schneidet die x -Achse nur, es liegt also kein Schnittpunkt mit der x -Achse vor. Da die Funktion für $x \rightarrow -\infty$ gegen $-\infty$ geht, verläuft der Graph in der x -Achse im negativen Bereich. Die Funktion verläuft also von links unten nach rechts oben, bis sie im ersten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion abwärts, bis sie im zweiten Quadranten die x -Achse bei $x = -2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im dritten Quadranten die x -Achse bei $x = -2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im vierten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im fünften Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im sechsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im siebten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im achten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im neunten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im zehnten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im elften Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im zwölften Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im dreizehnten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im vierzehnten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im fünfzehnten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im sechzehnten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im siebzehnten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im achtzehnten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im neunzehnten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im zwanzigsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im einundzwanzigsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im zweiundzwanzigsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im dreiundzwanzigsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im vierundzwanzigsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im fünfundzwanzigsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im sechsundzwanzigsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im siebenundzwanzigsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im achtundzwanzigsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im neunundzwanzigsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet. Danach verläuft die Funktion wieder abwärts, bis sie im zehntausendsten Quadranten die x -Achse bei $x = 2$ schneidet.

(5) Mögliche Nullstellenwerte

$f(x) = -0,25(x + 2)^2(x - 2)^2$
 $= -0,25(x^2 + 4x + 4)(x^2 - 4x + 4)$

$f(x) = -0,25(x^2 + 4x + 4)(x^2 - 4x + 4)$
 $= -0,25(x^4 - 16x^2 + 16)$



b) Um Schnittstellen zu berechnen, leiten wir die Ableitungen der Funktionsformeln ab. Um die Nullstellen zu finden, setzen wir die Ableitungen gleich Null und lösen die resultierenden Gleichungen nach x auf. Die Nullstellen sind die Stellen, an denen die Funktionen sich schneiden. In diesem Fall sind die Nullstellen $x_1 = -2$, $x_2 = 0$ und $x_3 = 2$. Die Funktion $f(x)$ hat die Nullstellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 2$. Die Funktion $g(x)$ hat die Nullstellen $x_1 = -2$ und $x_2 = 0$. Die Schnittstellen sind $x_1 = -2$ und $x_2 = 0$.

Aufgabe 2

		Wahr	Falsch
(1) Eine Kugel mit dem Durchmesser $d = 5 \text{ cm}$ hat den Oberflächeninhalt $O_{Kugel} = 25\pi \text{ cm}^2$.		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(2) Ist das Volumen V_{Kugel} einer Kugel gegeben, so kann man den Radius r mit Hilfe der Formel $r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} \cdot V_{Kugel}}$ berechnen.		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(3) Verdoppelt man den Durchmesser einer Kugel, so verdoppelt sich auch der Oberflächeninhalt.		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(4) Der Oberflächeninhalt einer halbkugelförmigen Hohlkugel mit dem Durchmesser d beträgt $2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$.		<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(1) $O_{Kugel} = 4 \cdot \pi \cdot (2,5 \text{ cm})^2 = 25\pi$

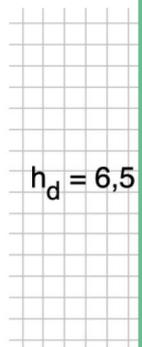
(2) $V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
 $r^3 = \frac{V_{Kugel}}{\frac{4}{3} \cdot \pi} = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} \cdot V_{Kugel}}$

(3) Ursprünglicher Oberflächeninhalt: $O_1 = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^2$
 Neuer Oberflächeninhalt: $O_2 = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{2d_1}{2}\right)^2 = 16 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = 4 \cdot O_1$

(4) Zur Hälfte des Oberflächeninhalts der Kugel muss die Oberfläche der Hohlkugel addiert werden.

Aufgabe 3

- Berechne



$h_d = 10 \text{ m}$

$\tan \beta = \frac{h_d}{a}$

Die Ankathete

- Berechne

$s^2 = (14 \text{ m})^2 + (6,5 \text{ m})^2$

- Berechne

Grund-(un)regelmäßigen Zeltteils (Prisma) ist ein regelmäßiges Sechseck. Die Seitenlänge des Sechsecks ist $a = 14 \text{ m}$. Die Höhe des Zeltteils ist $h_d = 6,5 \text{ m}$. Die Ankathete von α im rechtwinkligen Dreieck ist k .

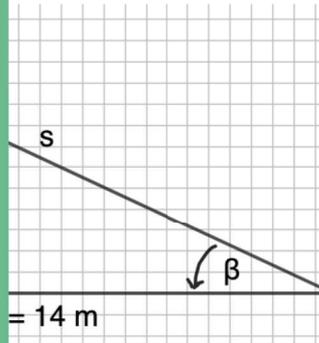
$k^2 + (7 \text{ m})^2 = (14 \text{ m})^2$

$k^2 = (14 \text{ m})^2 - (7 \text{ m})^2$

$\Rightarrow k = \sqrt{147} \text{ m}$

(Alternativ: $\alpha = 60^\circ$ im gleichseitigen Dreieck mit $a = 14 \text{ m}$ und $h_d = 6,5 \text{ m}$.)

$\tan \alpha = \frac{h_d}{k}$

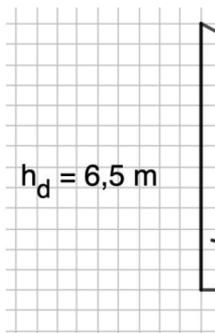


er Kantenlänge des Sechsecks ist $a = 14 \text{ m}$. Die Höhe des Zeltteils (vgl. Abb. bei der Berechnung) ist $h_d = 6,5 \text{ m}$.

$s = \sqrt{196 + 42,25} \approx 15,44 \text{ m}$

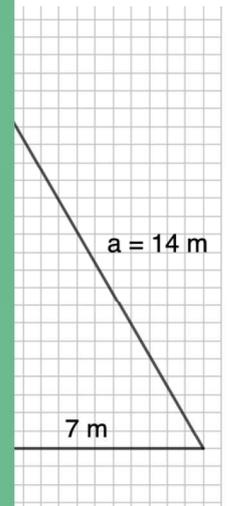
Die Ankathete k des rechtwinkligen Dreiecks mit α ist $k = \sqrt{147} \text{ m} \approx 12,12 \text{ m}$.

ometrische Beziehungen im gleichseitigen Dreieck mit $a = 14 \text{ m}$ und $h_d = 6,5 \text{ m}$ zeigen, dass im rechtwinkligen Dreieck der Winkel α den Wert 60° hat. Somit sind die Winkel 60° und 30° im rechtwinkligen Dreieck gegeben.

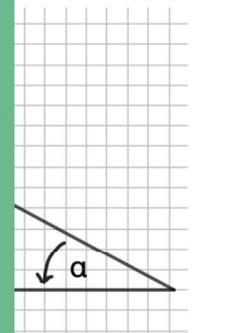


- Sechsecks
- s
- Zelts
- midenförmigen
- eckigen Seiten-
- pyramidenfö-
- nseitigen Drei-
- e

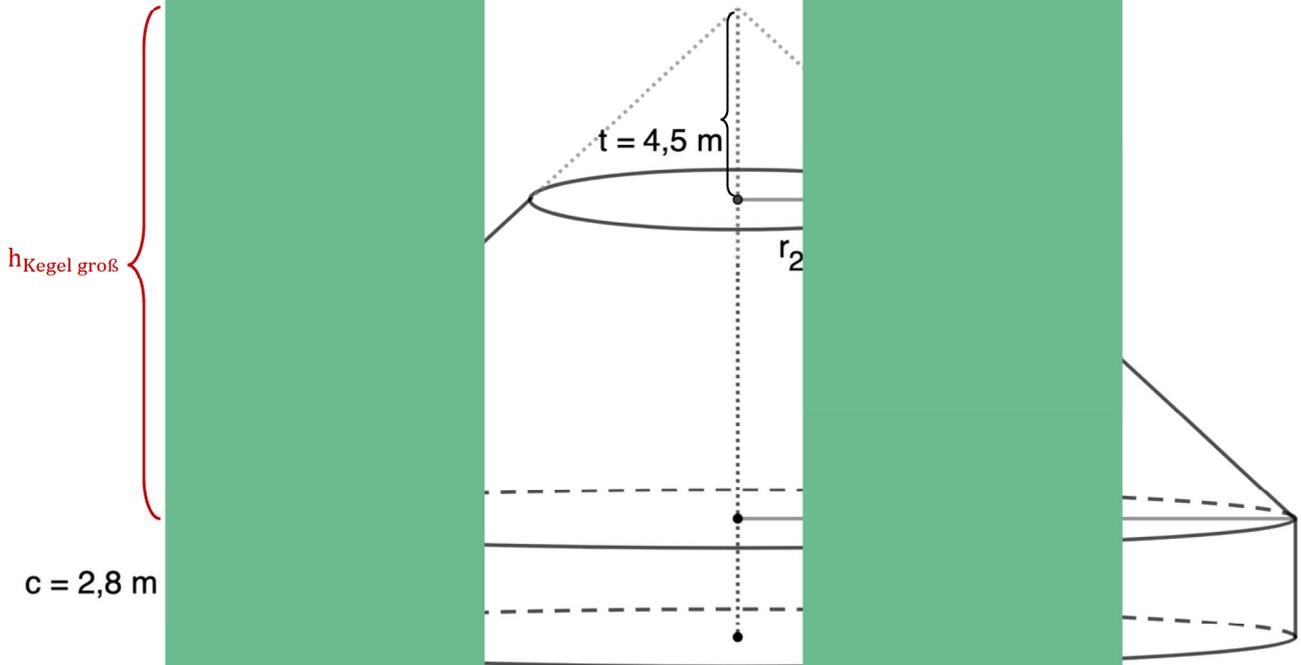
eses aus



, dass im rechtwinkligen Dreieck der Winkel α den Wert 60° hat.



b)



$$V_{Zylinder} = \pi \cdot r_1^2 \cdot c = \pi \cdot (13 \text{ m})^2 \cdot 2,8 \text{ m}$$

Strahlensatz: $h_{Kegel\ groß} = \frac{r_1}{r_2} \cdot t = \frac{13 \text{ m}}{4,875} \cdot 4,5 \text{ m}$

$$G_{Kegel\ groß} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (13 \text{ m})^2 \cdot 1$$

$$V_{Kegel\ groß} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (13 \text{ m})^2 \cdot 1$$

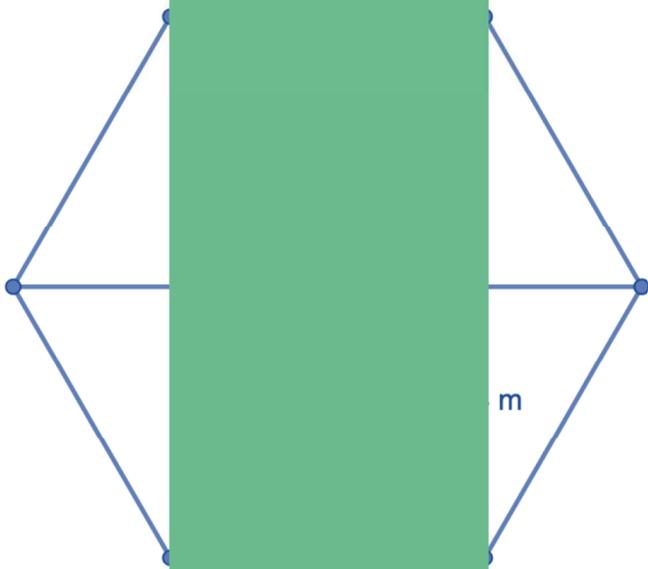
$$V_{Kegel\ klein} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (4,875 \text{ m})^2 \cdot 4,5 \text{ m}$$

$$V_{Kegel\ st} = V_{Kegel\ klein} = 2123,72 \text{ m}^3 - 1$$

$$V_{Zelt\ 2} = 1486,60 \text{ m}^3 + 2011,7$$

Der Kaufpreis orientiert sich nicht, da das Material für die Zeltstangen anfallen. Element-

Um das ... ts aus der Angabe zu be ... folgt vor:



$$k = \sqrt{(14 \dots)}$$

$$A_D = \frac{1}{2} \cdot 1 \dots$$

$$A_{Sechseck} \dots \approx 509,22 \text{ m}^2$$

$$A_{Sechseck} \dots$$

$$V_{Prisma} = \dots$$

$$= 509,22 \dots$$

$$h_{Pyramide} \dots$$

$$V_{Pyramide} \dots$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 509, \dots \text{ m}^3$$

$$V_{zelt 1} = V \dots 32,27 \text{ m}^3 + 1103,31 \text{ m}^3 =$$

Möglicher

Punkte	3	13,5 bis 18	18,5 b	5 bis 33
Note		4	3	1