

10. Klasse Gymnasium  
 Aufgabe aus der Mathematik  
 Bayern, LehrplanPLUS

- Arbeit sauber und ordentlich.
- Schreibe alle Rechenschritte auf. Deine Rechenwege müssen stets nachvollziehbar sein.
- Achte bei den Rechenschritten auf die Verwechslung von  $x$  und  $y$ .
- Der im Taschenrechner verwendete Rechenweg muss den Taschenrechnergebnissen entsprechen. Bei den Teilergebnissen sind die Rechenwege möglichst vollständig anzugeben, bei welchen Aufgaben dies mindestens in der Überschrift der Aufgabenstellung zu tun ist.
- Wird bei einer Aufgabe die Definitionsmenge angegeben, muss diese angegeben werden, wenn nichts anderes angegeben ist.
- Ist in der Aufgabenstellung eine Angabe gerundet, muss das Ergebnis gerundet werden.

**Aufgabe 1** **Polynomdivision und Nullstellen** (5 P)

Bestimme die Nullstellen und gib deren Vielfachheit an.

- a)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6$       b)  $g(x) = (x - 3)^2(x^2 - 9)$

**Aufgabe 2** **Graphen von linearen und quadratischen Funktionen** (7 P)

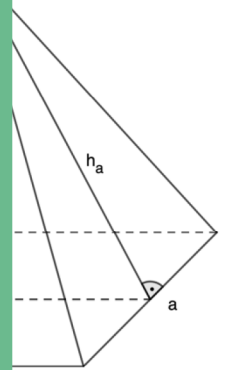
Kreuze an, ob die Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe die Aussagen.

		Wahr	Falsch
a) Die Funktion $f(x) = x^2 - 1$ ist ganzrational.		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Jeder Graph einer linearen Funktion mit geradem Verlauf verläuft von links oben nach rechts.		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Der Graph der Funktion $f(x) = -0,5x^3 - x$ verläuft durch den Ursprung.		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Alle Funktionen der Form $f(x) = (x + 4)^2 \cdot (x - k)$ mit $k > 0$ haben eine Nullstelle bei $x = -4$ .		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Die Funktion $f(x) = x^2 + 3$ verläuft durch den Ursprung.		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Aufgabe 3**

(6 P + 6 P)

a) Zeichne eine rechteckige Pyramide mit der Höhe  $h$  und dem quadratischen Grund mit den Seitenlängen  $a$ . Die Seitenfläche hat die Fläche  $A$ . Verwende  $\alpha = 45^\circ$ .



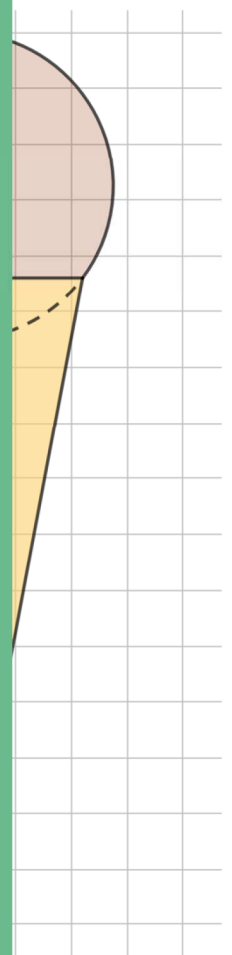
b) Bei der quadratischen Pyramide gilt  $h = a$ . Berechne den Oberflächeninhalt und die Volumenformel.

**Aufgabe 4**

R)

(8 P + 8 P)

a) In einer quadratischen Kühltheke in quadratischer Form mit einer Seitenlänge von  $30\text{ cm}$  und einer Höhe von  $20\text{ cm}$  sind Kühlkugeln maximaler Größe zu lagern. Berechne die Anzahl der Kugeln, die in der Kühltheke unter dieser Bedingung maximal untergebracht werden können. Die Kugeln müssen mindestens  $100$  Kugeln umfassen.



b) Vor der Produktion einer insgesamt  $1,60\text{ m}$  hohen Waffel werden die Waffeln aufgestellt. Die Waffeln sind kegelförmig und haben einen Durchmesser zu  $80\%$  aus der Waffel entspricht.

Nach dem Backen werden die Waffeln in der Kühltheke angemalt werden, wobei die gesamte Kugeloberfläche in  $\text{m}^2$  für die Bemalung benötigt wird. Berechne hierfür die rechts abgebildete Waffel.

Arbeitszeit: 45 Minuten

(33 Punkte)

10. Klasse Gymnasium  
 Aufgabe aus der Mathematik

LÖSUNGEN

Aufgabe 1

a)  $x^2 - 4 = 0$   
 $x^2 = 4$   
 $x_{1/2} = \pm 2$

b)  $(x - 3)^2 = 0$   
 $(x - 3)^2 = 0$   
 $x_1 = 3 \vee$   
 $x_2 = 0 \vee$   
 $x_3 = 2 \vee$

Der Faktor (reelle) Nullstelle

Einheit 1  
 ere (re-

Aufgabe 2

		Wahr	Falsch
a) Die Funktion $f(x) = x^{-1}$ ist ganzrational. Die Funktion ist rational, da $x^{-1} = \frac{1}{x}$ gilt und $\frac{1}{x}$ ein Polynom ist.		<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b) Jeder Graph einer quadratischen Funktion mit geradem Verlauf verläuft „von links oben nach rechts unten“, bis er den Scheitelpunkt mit dem höchsten Element erreicht. Danach verläuft er „von links unten nach rechts oben“. Ist dieser Scheitelpunkt negativ, verläuft der Graph „links unten nach rechts oben“; ist er positiv, verläuft er „links oben nach rechts unten“.		<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
c) Der Graph der Funktion $g(x) = 0,5x^3 - x$ verläuft durch den Ursprung. Somit ist $g(-x) = -g(x)$ . Dies ist eine ungerade Funktion.	$g(x) = -0,5x^3 - x$ verläuft durch den Ursprung. Somit ist $g(-x) = 0,5x^3 + x = -g(x)$ . Dies ist eine ungerade Funktion.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Alle Funktionen der Form $f(x) = (x + 4)^2 \cdot (x - k)$ haben die Nullstelle $x = -4$ . Für die Funktion $f(x) = (x + 4)^2 \cdot (x - k)$ mit $k = -4$ nimmt die Funktion die Nullstelle $x = -4$ an. Für $x = -4$ gilt $f(-4) = 0$ . Die Nullstelle $x = -4$ tritt also zweifach auf. Vorkommt die Nullstelle $x = -4$ zweifach, so ist die Funktion $f(x) = (x + 4)^2 \cdot (x - k)$ für $k = -4$ eine Funktion, die die Nullstelle $x = -4$ zweifach annimmt.	$f(x) = (x + 4)^2 \cdot (x - k)$ hat die Nullstelle $x = -4$ . Für die Funktion $f(x) = (x + 4)^2 \cdot (x - k)$ mit $k = -4$ nimmt die Funktion die Nullstelle $x = -4$ an. Für $x = -4$ gilt $f(-4) = 0$ . Die Nullstelle $x = -4$ tritt also zweifach auf. Vorkommt die Nullstelle $x = -4$ zweifach, so ist die Funktion $f(x) = (x + 4)^2 \cdot (x - k)$ für $k = -4$ eine Funktion, die die Nullstelle $x = -4$ zweifach annimmt.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
e) Die Funktion $f(x) = x^2 + 3$ verläuft durch den Punkt $(-1, 4)$ . Somit gilt $f(-1) = (-1)^2 + 3 = 1 + 3 = 4$ .	$f(x) = x^2 + 3$ verläuft durch den Punkt $(-1, 4)$ . Somit gilt $f(-1) = (-1)^2 + 3 = 1 + 3 = 4$ .	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Aufgabe 3**

a)

Die Länge der Kanten so wie die Länge der Diagonalen erhalten. Die Grundfläche durch 3 Kästchen

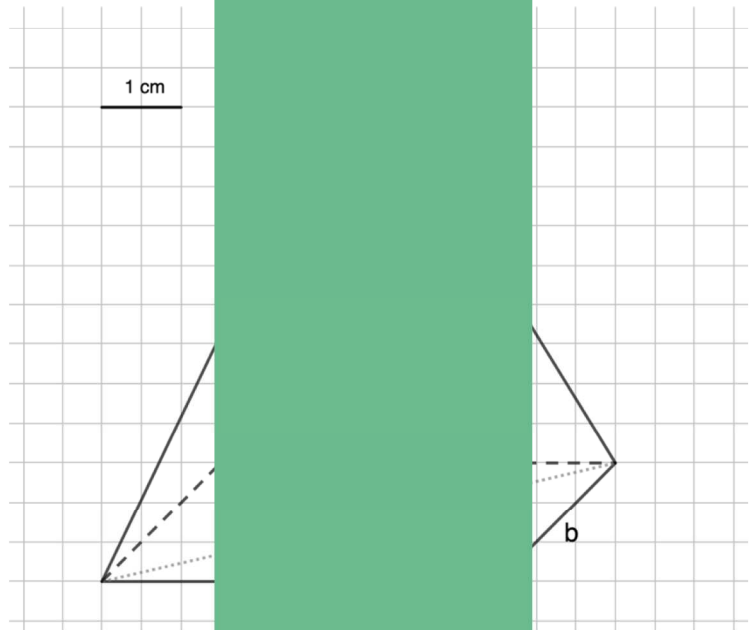
Um den Flächeninhalt zu finden, zeichnet man die Grundfläche ein.

Man kann auch zeichnen, dass man findet, dann müssen die Diagonalen über 5 Kästchen

so wie  
räg bild  
agonal

finden,  
Grund-

zeich-  
findet,  
diago-  
werden.



b) Oberfläche

$$G = a^2$$

$$h_a^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2$$

$$\Rightarrow h_a = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{49 \text{ cm}^2 - 4}$$

$$= \sqrt{30}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$M = 4 \cdot \sqrt{18} \text{ cm} \approx 59,4 \text{ cm}^2$$

$$O = G \cdot 2 = 108,4 \text{ cm}^2$$

Volumen

$$h_a^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \sqrt{(3\sqrt{2} \text{ cm})^2 - (3,5 \text{ cm})^2} = \sqrt{5 \text{ cm}^2}$$

$$= \sqrt{5,7}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot M \cdot h_a = \frac{1}{3} \cdot 59,4 \text{ cm} \approx 39,17 \text{ cm}^3$$

Alternativ

der zweiten Diagonale, wobei  $d$  die Diagonale ist,  $s$  die Hypotenuse  $s$  und  $h$  die Höhe

$$d^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a = \sqrt{d^2 - b^2} = \sqrt{2} \cdot 7 \text{ cm} \approx 9,9 \text{ cm}$$

$$s^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 \Rightarrow h = \sqrt{(5,5 \text{ cm})^2 - \left(\frac{\sqrt{2} \cdot 7}{2}\right)^2} = 4 \text{ cm}$$

**Aufgabe 4**

a)  $V_{\text{Quader}} = 12000 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 12\,000 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Kugel}} =$

$V_{\text{Kugel}} = 120 \text{ cm}^3 \quad | : \frac{4}{3} \cdot \pi$

$\Rightarrow r = \dots \text{ cm}$

Die Eis... Radius von 3 cm haben.

Aufgru... cht es hier Sinn, maximal... elle (Milli-  
meter) ... schematischen Rundungs... cm gerun-  
det we... en würde man dann jedo... n erhalten,  
so dass

b)  $d_{\text{Kugel}}$

$\Rightarrow r_{\text{Kug}}$

$e = 44$

$(r_{\text{Kugel}})^2 = 2$

$(r_{\text{Kegel}})^2 =$

$\Rightarrow r_{\text{Keg}}$

$= \sqrt{(27)}$

$= \sqrt{48}$

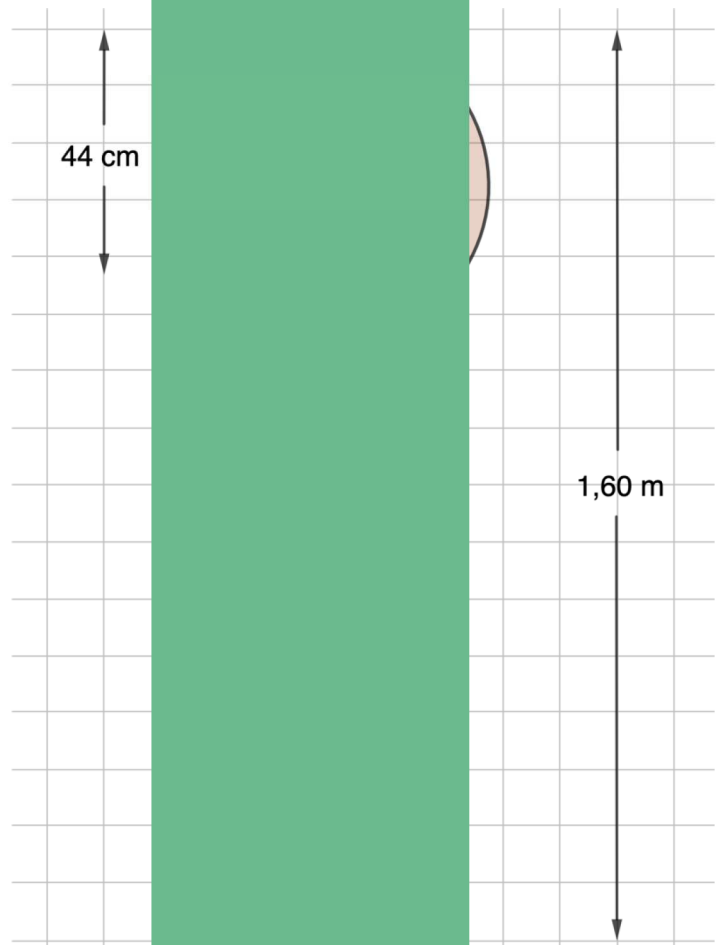
$h_{\text{Kegel}} = \dots \text{ cm}$

$m^2 = ($

$\Rightarrow m =$

$= \sqrt{(22)}$

$= \sqrt{139}$



**Kegel:**

$O_{Kegel}$  (die Fläche wird nicht bemalt.)

$M = \pi \cdot 18,07 \text{ cm} = 2597,54 \cdot \pi$

**Kugel:**

$O_{Kugel} = 4 \cdot \pi \cdot (27,5 \text{ cm})^2 = 3025 \cdot \pi \text{ cm}^2$

**Gesamt:**

$O_{gesamt} = O_{Kegel} + O_{Kugel} = 8160,41 \text{ cm}^2 + 2597,54 \cdot \pi \text{ cm}^2$

$\approx 1,77$

Möglicher

Punkte	3	13,5 bis 18	18,5 bis 22,5	22,5 bis 33
Note		4	3	1