

10. Klasse Gymnasium
Aufgabe aus der Mathematik
Bayern, LehrplanPLUS

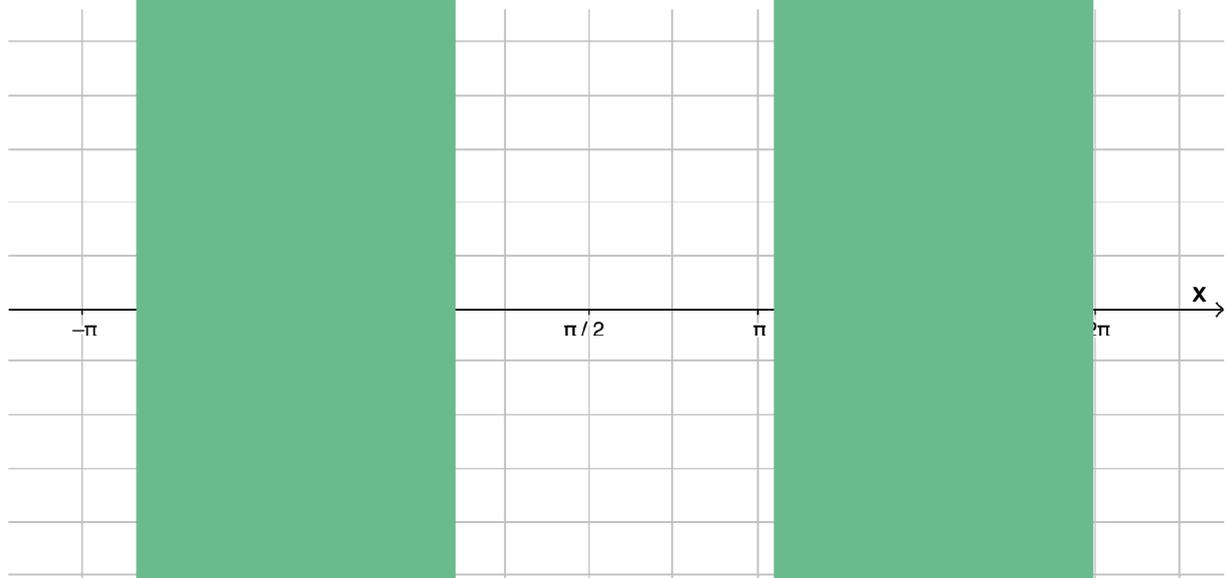
- Arbeiten sauber und ordentlich.
- Schreibe alle Rechenschritte auf. Deine Rechenwege sollen stets nachvollziehbar sein.
- Achte bei den Rechenschritten auf die Verwendung der richtigen Rechenregeln.
- Der im Taschenrechner verwendete Modus (Standardrechnermodus) ist für die Bearbeitung der Rechenaufgaben möglichst geeignet. Bei welcher Aufgabe oder Aufgabenstellung steht in der Überschrift die Angabe „Taschenrechner“?
- Wird bei einer Aufgabe die Definitionsmenge angegeben, so ist die Lösungsmenge der maximalen Anzahl an Lösungen anzugeben.

Aufgabe 1 Sinus und Kosinus (mit TR) (6 P + 6 P)

- a) Berechne die Länge der Sehnen eines Kreissektors mit dem Winkel 60° und der Bogenlänge 2π .
- b) Bestimme die Nullstellen der Funktion $f(x) = \sin(x) - \frac{\sqrt{2}}{2}$ im Intervall $[0; 3\pi]$. Skizziere jeweils alle Nullstellen in der folgenden Skizze.

Aufgabe 2 Sinusfunktion (8 P)

- a) Skizziere die Sinusfunktion $f(x) = \sin(x)$ im Intervall $[-\pi; \pi]$. Beschrifte die Achsen und benenne die Extremwerte. Die Nullstellen und die Hoch- und Tiefpunkte sollen eingezeichnet werden.



- b) Bestimme die Intervalle, in denen die Sinusfunktion $f(x) = \sin(x)$ die Gleichung $\sin(x) = \frac{1}{2}$ erfüllt. Nenne diese Intervalle und erkläre kurz die Lösungsmenge dieser Ungleichung.

Aufgabe 3

on

(4 P)

Gib den F
schaften e

meinen Sinusfunktion $f(x)$
Periodenlänge $p = 8\pi$

den Eigen-

Aufgabe 4

er Vorgänge

(9 P)

In einem
gleichmäß
wird zu ein

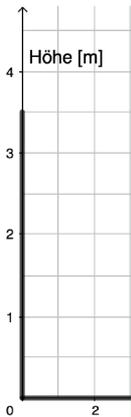
Wellenbads (vgl. Abbildu
Rand in der Abbildung).
kt ($t = 0$ s) näherungswe

ten Zeiten
in Metern)

$f(x) = a \cdot$

eben, wobei gilt: $a = 0$

$= 2,5$.



a) Zeichne
tiere di

ebene Koordinatensystem
 b und d im Sachzusamm

und interpre-

b) Eine Sel
tion $f(x)$
Gib die
Graphen

die Wasserhöhe der Well
 $a = 0,5$; $b = \frac{2\pi}{3}$; $c = -$
ters c im Sachzusammen

die Funk-
n werden.
ich diesen

c) Am rech
beschri
lengang
nung z
Becken

mpe in das Becken, die d
lichtschwimmerbereich d
betragen. Bestimme die
und Nichtschwimmerberei
ss.

$= 0,3x - 6$
n bei Wel-
die Tren-
etzung im

Aufgabe 5

onaler Funktionen

(3 P)

Gib den T
nach rech

n Funktion $g(x)$ vom Gra
Punkt $(0|-1)$ verläuft.

links oben

arbeitszeit: 45 Minut

33 Punkte)

10. Klasse Gymnasium
 Aufgabe aus der Mathematik
LÖSUNGEN

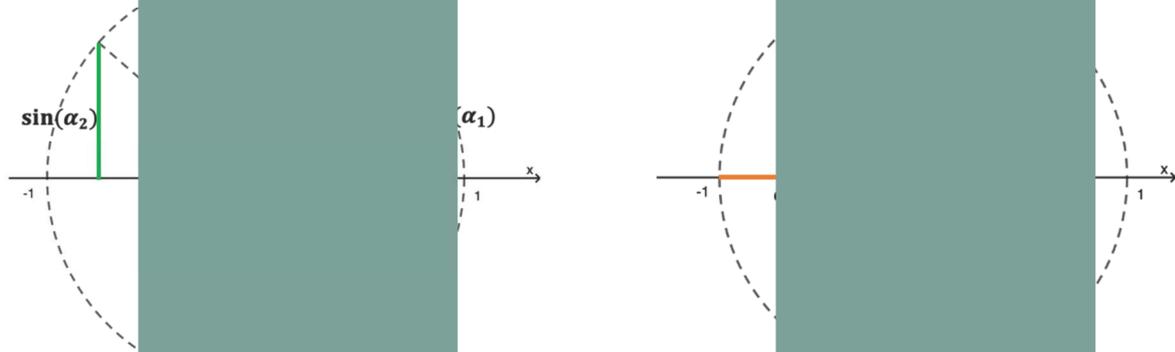
Aufgabe 1

a) $b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \frac{\pi \text{ cm} \cdot 360^\circ}{2\pi \cdot 7,5 \text{ cm}} = 72^\circ$

Alternativ:

Berechnung des Bogenmaßes: $b = \frac{x}{2\pi} \cdot 2\pi r = x \cdot r$

b)



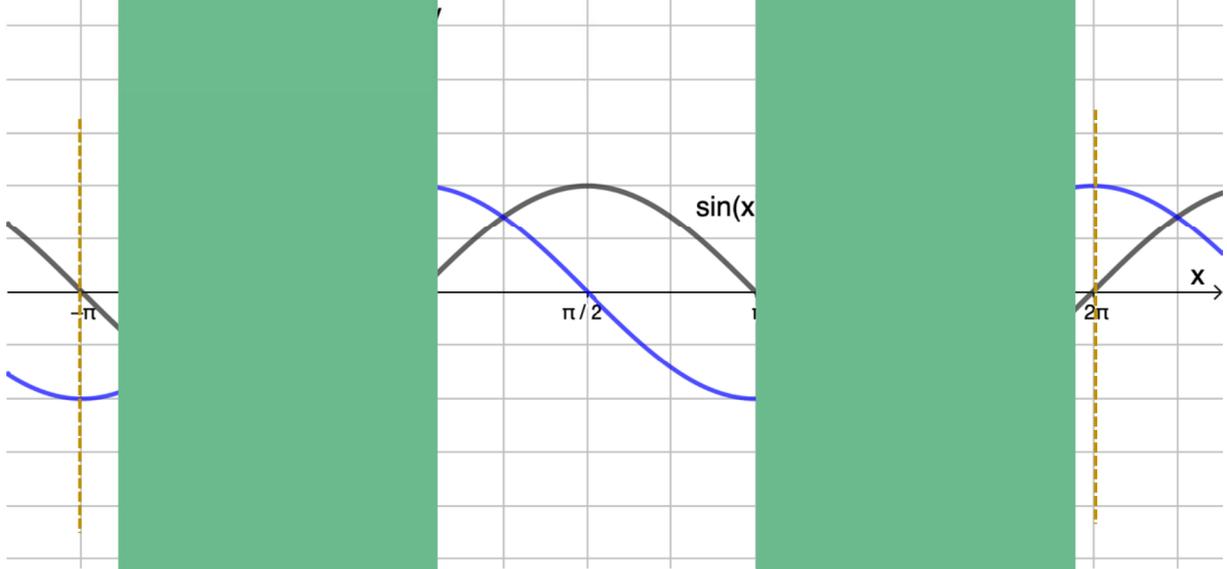
(i) $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}, \alpha_2 = \frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{9\pi}{4}$ und $\alpha_4 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi = \frac{11\pi}{4}$

(ii) $\beta_1 = \pi$ (Bogenmaß)

- Jeweils eine Lösung im I. Quadranten (mit dem Taschenrechner ermitteln)
- Da die Lösungen im I. Quadranten angegeben werden sollen, sind die Lösungen im I. Quadranten. (allgemeine Lösung mit den Intervallgrenzen erkennen und in den Taschenrechner ins Bogenmaß eingeben, dann die Lösung ablesen)
- Das allgemeine Lösungsmuster für $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ im Bogenmaß gibt: $\alpha = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ oder $\alpha = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ für $k \in \mathbb{Z}$. (Jeweils eine Lösung im I. Quadranten und eine im II. Quadranten)
- Das allgemeine Lösungsmuster für $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ im Bogenmaß gibt: $\alpha = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ oder $\alpha = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ für $k \in \mathbb{Z}$. (Jeweils eine Lösung im I. Quadranten und eine im II. Quadranten)
- Für $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ im Bogenmaß gibt es zwei Lösungen im I. Quadranten im Intervall $[0, 2\pi)$, da $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ für $\alpha = \frac{\pi}{6}$ und $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ gilt. (Jeweils eine Lösung im I. Quadranten und eine im II. Quadranten)
- Für $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ im Bogenmaß gibt es zwei Lösungen im I. Quadranten im Intervall $[0, 2\pi)$, da $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ für $\alpha = \frac{\pi}{6}$ und $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ gilt. (Jeweils eine Lösung im I. Quadranten und eine im II. Quadranten)
- Für $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ im Bogenmaß gibt es zwei Lösungen im I. Quadranten im Intervall $[0, 2\pi)$, da $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ für $\alpha = \frac{\pi}{6}$ und $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ gilt. (Jeweils eine Lösung im I. Quadranten und eine im II. Quadranten)
- Für $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ im Bogenmaß gibt es zwei Lösungen im I. Quadranten im Intervall $[0, 2\pi)$, da $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ für $\alpha = \frac{\pi}{6}$ und $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ gilt. (Jeweils eine Lösung im I. Quadranten und eine im II. Quadranten)

Aufgabe 2

a) Es reicht, die Sinuskurve entweder oben oder unten braun gestrichelten, die Lösung zu zeichnen.



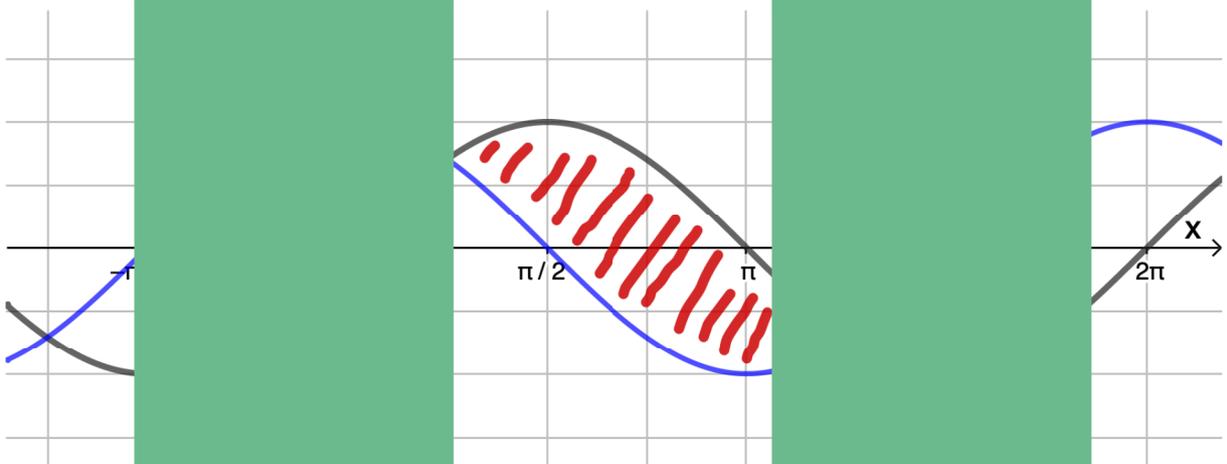
b) Z.B.: $[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}]$

Die Sinuskurve $\sin(x) \geq 0$ (schwarz) verläuft über der x-Achse, wenn x zwischen 0 und π liegt. Die Sinuskurve $\sin(x) < 0$ (blau) verläuft unter der x-Achse, wenn x zwischen π und 2π liegt. Die Sinuskurve $\sin(x) = 0$ (schwarz) verläuft auf der x-Achse, wenn x ein Vielfaches von π ist. Die Sinuskurve $\sin(x) = 1$ (schwarz) verläuft an der Stelle $x = \frac{\pi}{2}$ (sinus) und dann wieder ein weiteres Mal weiter rechts bei $x_2 = \frac{\pi}{4} + 2\pi$.

Zwischen 0 und π liegt die Sinuskurve über der x-Achse (schwarz). Zwischen π und 2π liegt die Sinuskurve unter der x-Achse (blau). Es gibt also zwei Intervalle, in denen die Sinuskurve über der x-Achse verläuft: $[0; \pi]$ und $[2\pi; 3\pi]$. Das nächste Intervall, in dem die Sinuskurve über der x-Achse verläuft, wäre $[\frac{9\pi}{4}; \frac{13\pi}{4}]$. Die Intervallgrenzen sind jeweils ein Vielfaches von π , also $0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$.

Die Intervalle $[0; \pi]$ und $[2\pi; 3\pi]$ lösen, da auch die Gleichung $\sin(x) = 0$ erfüllt ist.

Mögliche Lösungsgraphik:



Aufgabe 3

a) $f(x) =$

Die Werte flusst wer eine Ampl Längenein [-2; 2] ist, Grenze wu fand eine

Amplitude (a) und die Ver] umfasst vier Längenein log dazu hat die Funkti e Amplitude von $a = 1$ in y-Richtung verschobe heit nach unten gesetzt ($= 1$) nach unten statt ur

(d) beein- nktion hat e, die zwei aber nicht und rechte = 1), somit

Die Period $\frac{8\pi}{2\pi} = \frac{1}{4} = 0$

Vorfaktor b festgelegt.

muss $b =$

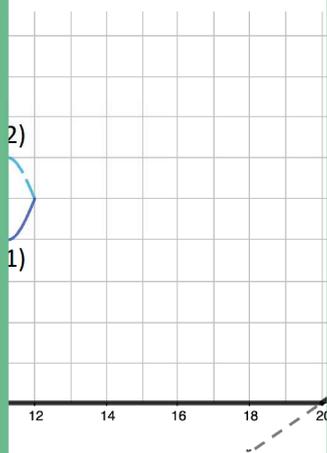
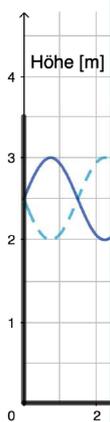
Eine zusätz

bung in x-Richtung wäre

wendig.

Aufgabe 4

Zeichnung



a) Lösung

a: Amplitu

$$b: \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}}$$

ge der Welle in m

d: Mittlere

rtiefe im unbewegten Ba

b) Lösung verschobe

raph (2) (Vorherige Sinus

nach rechts

Innerhalb der Welle:

gt sich die Welle um 1,5 M

windigkeit

c) Zeichnung



Die Welle ...
Wellenhöhe ...
(2,5m + 0, ...
Strecken ...
nicht mehr ...

... im Becken fort, so dass a ...
... (hellblaue waagrechte ...
... (hier an drei Stellen exem ...
... der Rampe und der ma ...
... dieser Stelle nimmt $g(x)$...

... maximale ...
... $y = 3 [m]$...
... senkrechte ...
... darf also ...
... 1,8m an:

$$g(x) = 3 - 0,3x - 6 = 0,3x = 7,8$$

$$x = 26$$

Die Abtrennung

26 m vom linken Becken

... werden.

Aufgabe 5

Z.B. $g(x) =$

- o Der Grad ...
- o Einfach ...
- o Es könn ...
- o Ebenso ...
- o Statt x^7 ...

... grade sein (also mindeste ...
... höchstens vorkommend ...
... mit x^4 . Da der Punkt $(0|-1)$...
... weit nach unten, da dann ...
... weitere Summanden mit k ...
... n, z.B. $x^4 - 2x^3 + x - 1$.
... positiven Vorfaktor habe ...
... $-10, \dots$ setzen.

...), der Vor- ...
... positiv sein.
... gen muss,
... -1 gilt.
... und beliebi- ...

Möglicher

Punkte	3	13,5 bis 18	18,5 b	5 bis 33
Note		4	3	1