

10. Klasse Gymnasium
Aufgabe aus der Mathematik
Bayern, LehrplanPLUS

- Arbeiten sauber und ordentlich.
- Schreibe die Aufgaben sauber auf. Deine Rechenwege sind stets nachvollziehbar.
- Achte bei den Rechenaufgaben auf die Verwechslung von $+$ und $-$.
- Der im Taschenrechner verwendete Taschenrechner darf verwendet werden. Bei den Taschenrechneraufgaben möglichst genau rechnen. Bei den Rechenaufgaben, bei welchen Aufgaben die Genauigkeit angegeben ist, steht in der Überschrift.
- Wird bei einer Aufgabe die Definitionsmenge angegeben, ist die Definitionsmenge angegeben.
- Ist in der Aufgabenstellung nichts anderes angegeben, sind die Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen gerundet anzugeben.
- Wahrscheinlichkeiten sind auf zwei Nachkommastellen gerundet anzugeben.

Aufgabe 1 (5 P) **Exponentielles Wachstum (mit TR)** (5 P)

Ergänze die Tabelle um

a) lineare

t	5
$B(t)$	

b) e

t	5
$B(t)$	

handelt:

Gib jeweils die Funktionsgleichung an.

Aufgabe 2 (3 P) **Exponentielles Wachstum (mit TR)** (3 P)

Die Anzahl der Bakterien in einer Bakterienkultur wird durch die Funktion $B(t) = 400 \cdot 1,35^t$ beschrieben, wobei t die Anzahl der vergangenen Stunden nach dem Beginn um 14.00 Uhr am Tag angibt.

- a) Berechne die Anzahl der Bakterien in der Kultur zu dem Zeitpunkt, zu dem die Anzahl der Bakterien 1000 ist.
- b) Ermittle die Anzahl der Bakterien um 11.30 Uhr am Tag.
- c) Bestimme die Wachstumsrate der Bakterienkultur innerhalb der ersten 5 Stunden. Vergleiche die tatsächlichen Zuwächse innerhalb der ersten 5 Stunden mit den theoretischen Zuwächsen. Nenne deine Ergebnisse.

Aufgabe 3

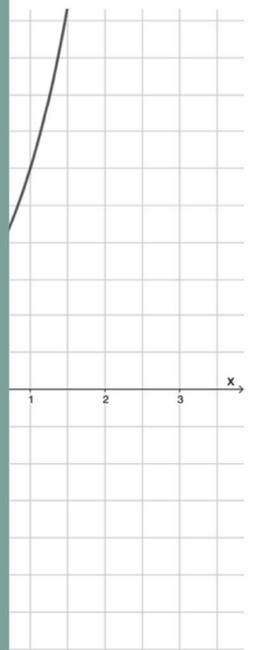
Abgebildete Funktion $f(x) = 3^x$.

a) Vervollständigen Sie die Aussagen mit den Zahlen:

- Der Graph der Funktion $f(x)$ hat die Wertemenge $(1, \infty)$.
- Die x-Achse ist eine Asymptote der Graphen von $f(x)$.
- Spiegelt man den Graphen von $f(x)$ an der y-Achse, erhält man den Graphen der Funktion $f(x) = 3^{x+2} - 1$.
- Der Graph der Funktion $f(x) = 3^{x+2} - 1$ wurde im Vergleich zum Graphen der Funktion $f(x)$ um (4) verschoben.
- Der Graph der Funktion $f(x) = 3^{x+2} - 1$ hat die x-Achse als Asymptote.

b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $g(x) = 0,5 \cdot 3^x$ zusätzlich ein.

(2 P + 2 P)



Aufgabe 4

a) Gib jeweils die Lösungsmenge an:

(i) $\log_0,1(0,001) = y$

b) Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung: $3 \cdot 2^x = y'$

(2 P + 3 P)

Aufgabe 5

Ein Glücksrad ist in vier Sektoren aufgeteilt. Bei jedem Drehen zeigt es zwei Nachkommastellen an.

a) (i) zwei Nachkommastellen sind 12 oder 13 zu erhalten.

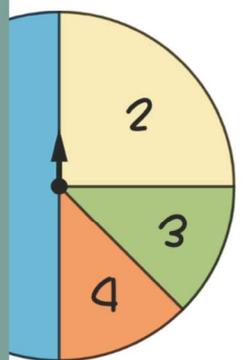
(ii) die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl 1 zu erhalten ist.

b) Peter hat die Aufgabe gelöst: $P(\text{„genau zwei Nachkommastellen sind 12 oder 13 zu erhalten.“}) = P(12) + P(13) + P(14)$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$$

Erkläre die Lösungsweg, die Aufgabe zu lösen.

(2 P + 3 P)



$$P(\text{„genau zwei Nachkommastellen sind 12 oder 13 zu erhalten.“}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = 0,125 = 12,5\%$$

Arbeitszeit: 45 Minuten

(33 Punkte)

10. Klasse Gymnasium
 Aufgabe aus der Mathematik

LÖSUNGEN

Aufgabe 1

a)

t	4,5
$B(t)$	20,6

Funktion $B(t) = 14 + t \cdot 1,6$

Allgemein $B(t) = 14 + t \cdot 1,6$ mit $t \in \mathbb{N}_0$ und Anfangsbestand $B(0) = 14$

Konstante Zunahme in gleichen Zeitschritten: $d = B(t + 1) - B(t) = 16,6 - 14 = 1,6$

$15 = 14 + 1,6$

Anfangsbestand $B(0) = 14$ oder $B(1) = 14 + 1,6 = 15,6$

$B(3) = 14 + 3 \cdot 1,6 = 19,8$ oder $B(3) = B(2) + 1,6 = 19,8$

$B(4,5)$

b)

t	5
$B(t)$	$\approx 67,14$

Funktion $B(t) = 11 \cdot 1,25^t$

Allgemein $B(t) = 11 \cdot 1,25^t$ mit $t \in \mathbb{N}_0$ und Anfangsbestand $B(0) = 11$

Konstante Zunahme in gleichen Zeitschritten: $a = B(t + 1) - B(t) = 11 \cdot 1,25^{t+1} - 11 \cdot 1,25^t = 11 \cdot 1,25^t \cdot (1,25 - 1) = 11 \cdot 1,25^t \cdot 0,25 = 2,75 \cdot 1,25^t$

$B(2) = 22$ oder $B(2) = 11 \cdot 1,25^2 = 22$

$B(5) = 22 \cdot 1,25^3 = 67,14$

Aufgabe 2

a) $B(4) =$

1328,6

Die Bank hat den Betrag nach 4 Stunden um ca. 9% erhöht.

Hier kann die Angabe des Inhalts auch abgerundet werden. Es wäre auch eine zu

b) Der Betrag ist um 14.00 Uhr, 2,5 Stunden $= -2,5$.

$B(-2,5) = 90$

Um 11.00 Uhr sind die Kriterien vorhanden.

c)

- Prozesse halbiert sich innerhalb einer Stunde um 3,35. Faktor $a = 1,35$
- Prozesse halbiert sich innerhalb einer halben Stunde um 3,35. $\approx 1,16$
- Das prozentuale Wachstum innerhalb der ersten halben Stunde ist geringer als die Hälfte des Wachstums in der zweiten halben Stunde. Wachstum ca. 16% in der ersten halben Stunde und zu Beginn der zweiten halben Stunde, so dass absolut gesehen in der zweiten halben Stunde mehr Wachstum ist, als in der ersten halben Stunde.

Aufgabe 3

a) (1) $D_f = \mathbb{R}$

Die Wertemenge aller Funktionswerte annimmt. Der Graph verläuft oberhalb der x-Achse. Der Graph steigt an, schneidet die x-Achse, so dass alle Funktionswerte mit ist die linke Grenze des Intervalls eingeschlossen. Die Funktion ist in dem Intervall $[-1, 1]$ steigend. Die Funktion ist, d.h. die Funktionswerte sind größer, je größer der x-Wert ist. Die rechte Intervallgrenze „ $+\infty$ “ ist nicht eingeschlossen.

(2) wachsend

Je kleiner der x-Wert ist, desto mehr nähert sich der Graph der x-Achse an.

(3) 3^{-x}

Bei einer Verschiebung der Graphen um die x-Achse sollen alle Funktionswerte positiv sein. Bei einem bestimmten x-Wert wurden, nun bei diesem x-Wert die Funktionswerte angenommen werden. Die Funktionswerte sind positiv, wenn die beiden Funktionsterme an der x-Achse schneiden.

(4) zweifach verschoben

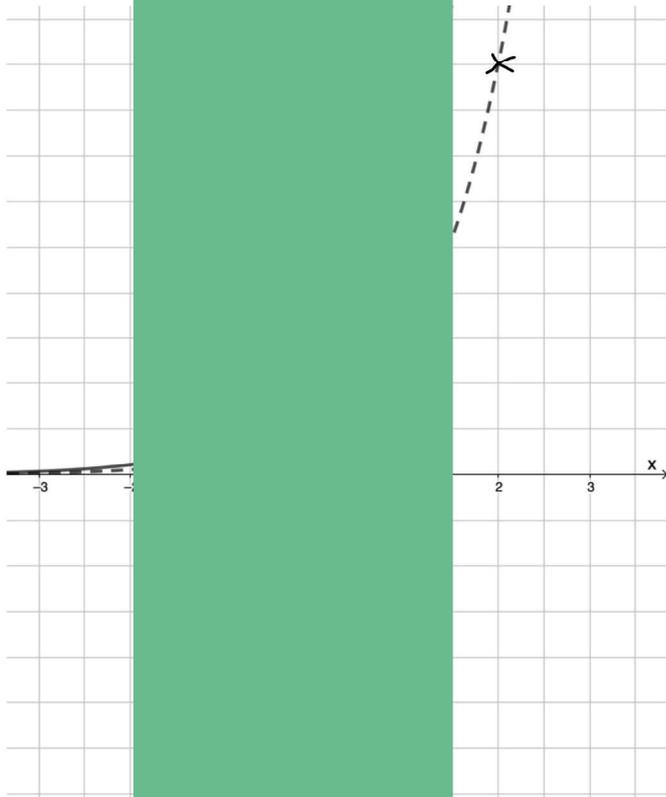
Verschiebung um eine Einheit nach links, da man bei $x = -1$ die Funktionswerte um eine Einheit kleiner machen möchte. Um den gleichen Funktionswert zu erhalten, muss man um eine Einheit nach links gehen.

Verschiebung um eine Einheit nach unten, da jeder Funktionswert um eine Einheit kleiner werden soll. Um den gleichen Funktionswert zu erhalten, muss man um eine Einheit nach unten gehen.

(5) -3^x

Durch die Verschiebung um eine Einheit nach unten wird jeder Funktionswert um eine Einheit kleiner. Um den gleichen Funktionswert zu erhalten, muss man um eine Einheit nach unten gehen. Durch die Verschiebung um eine Einheit nach unten wird jeder Funktionswert um eine Einheit kleiner. Um den gleichen Funktionswert zu erhalten, muss man um eine Einheit nach unten gehen.

b)



Der Vo
 $B(0) =$
 multiplizie
 ler Fun
 tionsw
 gsbestand
 on 3^x mul-
 plizierung al-
 ter Funk-
 tionsw

Aufgabe 4

a)

(i) $y =$

(ii) $y = \frac{1}{1000} = 10^{-3} \text{ (lg(0,001))}$

b)

$3 \cdot 2^x =$

$2^x = \sqrt[3]{}$

$2^x = \sqrt[3]{}$

$x = \frac{1}{2}$

Aufgabe 5

a) (i) $P(11)$

(ii) $P(A \text{ ens } 6) = P(24) + P(33) -$
 $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ + 5%

Da z.B. ... nn man auch gleich schr

b) Das Ereignis $\bar{1}$ kann man als Gegenereignis zu 1 betrachten. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis $\bar{1}$ ist $P(\bar{1}) = 1 - P(1) = 1 - 0,5 = 0,5$. Nun betrachtet man die Ereignisse 1 und $\bar{1}$. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis 1 ist $P(1) = 0,25 + 0,25 = 0,5 = 50\%$. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis $\bar{1}$ ist $P(\bar{1}) = 0,25 + 0,25 = 0,5 = 50\%$.

Möglicher

Punkte	3	13,5 bis 18	18,5 bis 24	24,5 bis 30	30,5 bis 33
Note	3	4	3	2	1