

**10. Klasse Gymnasium
Aufgabe aus der Mathematik
Bayern, LehrplanPLUS**

- Arbeiten sauber und ordentlich.
- Schreibe alle Rechenschritte auf. Deine Rechenwege sind stets nachvollziehbar.
- Achte bei den Rechenschritten auf die Verwechslungen.
- Der im Taschenrechner verwendete Taschenrechner darf verwendet werden. Die Taschenrechneraufgaben sind möglichst ohne Taschenrechner zu lösen. Bei welchen Aufgaben dies nicht möglich ist, steht in der Überschrift.
- Wird bei einer Aufgabe die Definitionsmenge angegeben, so ist die Lösungsmenge ausgeglichen.

Aufgabe 1

(4 P)

Wandle jeweils ein Winkelmaß in das andere Winkelmaß um.
a) 120° in Bogenmaß
b) 48° in Gradmaß

das andere Winkelmaß um.
a) 120° in Bogenmaß
b) 48° in Gradmaß

Bogenmaß

Aufgabe 2

Einheitskreis (mit TR)

(5 P)

Bestimme die Sinus- und Cosinuswerte für die folgenden Winkel.
 $\cos(\alpha) = -\frac{1}{2}$

Bestimme die Sinus- und Cosinuswerte für die folgenden Winkel.
a) 120°
b) 240°

für die gilt:

Aufgabe 3

Aussagen

(8 P)

Kreuze an, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.

Kreuze an, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.

Wahr/Falsch

		Wahr/Falsch
a) Verschiebung der Sinusfunktion um $\frac{\pi}{2}$ ergibt die Cosinusfunktion.		<input type="checkbox"/>
b) Es gilt $\cos\left(\frac{22}{3}\pi\right) = -0,5$.		<input type="checkbox"/>
c) Die Wertebereiche der Sinus- und Cosinusfunktion sind $]-1; 1[$.		<input type="checkbox"/>
d) Im Intervall $]\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}[$ gilt $\cos(x) = \sin(x)$.		<input type="checkbox"/>
e) Die Sinusfunktion ist periodisch mit der Periode 2π .		<input type="checkbox"/>

Aufgabe 4

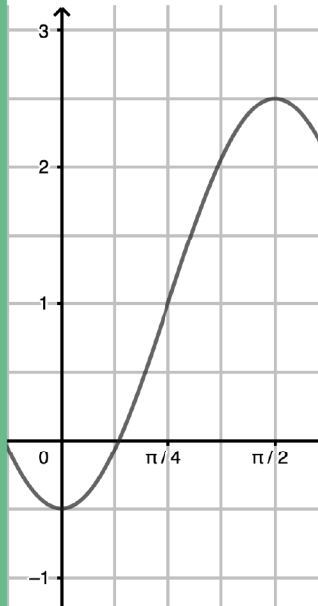
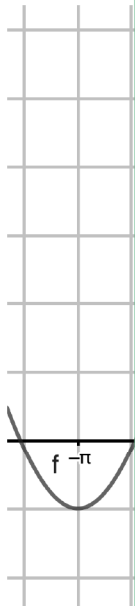
on

(8 P)

Gegeben
den ist.

ion $f(x)$, die aus dem Gra

) entstan-



Beschreib
schließend

gegenüber der Funktion sin
ktionsterm $f(x)$ auf.

stelle an-

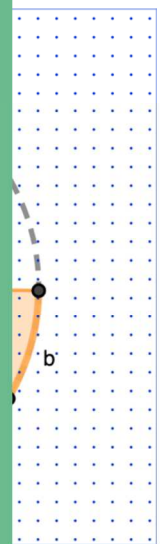
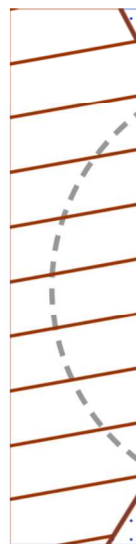
Aufgabe 5

reissektor (mit TR)

(8 P)

Ein Leucht
ner Landz
markiert is
Wasserflä
durch ein
 $b = 2,5\pi$ k
schrieben
Der Innen
Der Lichtk
Kreis und
lung 88 S
schrifteter
plett unbe
gehen kur

der Spitze ei
e schraffiert
te Bereich ist
Turms kann
Bogenlänge
 $= 15$ km be
ttelpunkt ist.
beträgt 120° .
reht sich im
dige Umdre-
lfe einer be-
Vasser kom-
de dein Vor-



arbeitszeit: 45 Minut

33 Punkte)

10. Klasse Gymnasium
 Aufgabe aus der Mathematik

LÖSUNGEN

Aufgabe 1

a) $\alpha = \frac{x}{\pi} \cdot 180^\circ = 108^\circ$

b) $x = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi$

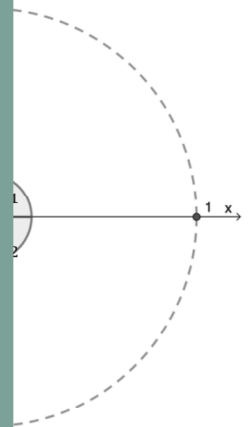
a) Alternativ

$\frac{3}{5} = \frac{3}{5}$

Aufgabe 2

$\alpha_1 = \frac{2}{3}\pi$ $-(2\pi - \frac{2}{3}\pi) = -\frac{4}{3}\pi$

- Die erste Lösung $\alpha_1 = \frac{2}{3}\pi$ (im Bogenmaß) ergibt sich mit dem Taschenrechner (im Bogenmaß) und den Lösungen ergeben sich mit Hilfe eines Taschenrechners.
- Die Lösung $\alpha_2 = -\frac{4}{3}\pi$ liegt innerhalb des Teilintervalls $[-\pi; 0]$, das die positiven Lösungen liegen nicht im Teilintervall $[-\pi; 0]$.
- Aufgrund der Periodizität des Cosinus erhält man den dritten Lösungswert $\alpha_3 = \frac{2}{3}\pi$ im Teilintervall $[-2\pi; 0]$, das im Uhrzeigersinn durchlaufen wird.



Aufgabe 3

		Falsch
a) Verschiebung des Graphen der Kosinusfunktion um $\frac{\pi}{2}$ nach rechts ergibt die Graphen der Sinusfunktion. Man muss den Graphen der Kosinusfunktion um $\frac{\pi}{2}$ nach rechts verschieben, damit er auf dem Graphen der Sinusfunktion übereinstimmt.		<input checked="" type="checkbox"/>
b) Es gilt $\cos\left(\frac{22}{3}\pi\right) = -0,5$. Zu $\frac{10}{3}\pi$ ist das $\frac{2}{3}$ einer Periodenlänge (nämlich $2\pi = \frac{22}{3}\pi$) und es gilt die Gleichheit.		<input type="checkbox"/>
c) Die Wertebereiche der Sinusfunktion ist $] -1; 1[$. Die Grenzwerte -1 und 1 sind eingeschlossen sein, die Werte vor dem Intervall $] -1; 1[$ sind ausgeschlossen werden, die Schließung ist nicht möglich.		<input checked="" type="checkbox"/>
d) Im Intervall $[0; \frac{\pi}{4}]$ gilt $\sin(x) = \cos(x)$. Die Sinusfunktion und die Cosinusfunktion schneiden sich im Intervall $[0; \frac{\pi}{4}]$ einmal, an der Stelle $x = \frac{\pi}{4}$. Dies ist bei $x = \frac{\pi}{4}$ der Fall. es gilt also $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Alternativ gilt $\sin(x) = \cos(x)$, wenn $x = \frac{\pi}{4}$ ist und sowohl Sinus- als auch Cosinus den gleichen Wert haben. Dies ist im Intervall $[0; \frac{\pi}{4}]$ (für den Winkel $\frac{\pi}{4}$), dort sind die Sinuswerte positiv und die Cosinuswerte negativ.		<input checked="" type="checkbox"/>
e) Die Sinusfunktion hat Nullstellen im Intervall $[-5\pi; -\frac{3\pi}{2}]$ genau viermal. Die Nullstellen sind Vielfache von π . In dem Intervall $[-5\pi; -\frac{3\pi}{2}]$ liegen die Nullstellen bei $x_1 = -5\pi$; $x_2 = -4\pi$; $x_3 = -3\pi$ und $x_4 = -2\pi$. Die Nullstelle $x_5 = -\pi$ liegt nicht im angegebenen Intervall.		<input type="checkbox"/>

Aufgabe 4

$f(x) = a \cdot \sin(x)$

- um eine

- in y-Richtung

gestreckt (d = 1)

gestreckt bzw. größere/e

(a = 1,5)

- in x-Richtung
- Neue Periode
- um $\frac{\pi}{4}$ nach links
- Möglicherweise

estreckt (bzw. Periode hat $\frac{2\pi}{2} = 2$)

alternativ: um $\frac{3\pi}{4}$ nach links
 $1,5 \cdot \sin \left[2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right] + 1$ (R

- o Weitere
- $f(x) =$
- $f(x) =$
- o Es könnte
- es gibt
- $f(x) =$
- kann sä

ne: $f(x) = 1,5 \cdot \sin \left[2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right] + 1$ (Spiegelung an der x-Achse)
 $f(x) = 1,5 \cdot \sin \left[2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right] + 1$ (Spiegelung an der x-Achse)
 siche Verschiebungen in x-Richtung
 e Lösungen, z.B. statt $f(x) = 1,5 \cdot \sin \left[2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right] + 1$ auch
 $f(x) = 1,5 \cdot \sin \left[2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right] - 1$ oder $f(x) = 1,5 \cdot \sin \left[2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right] + 1$
 periode π addieren oder subtrahieren

ung) oder
 ung) bzw.
 ung)
 erden, d.h.
 + 1 auch
 d.h. man

Aufgabe 5

Z.B.: Das Wasser
 Lichts kommt
 Landsektor
 durchlaufen
 Größe des
 Mittelpunktes

ne) ist unbeleuchtet so
 dsektors (schraffierte Fläche)
 "beleuchteter Landsektor" bezeichnet
 Regel wieder auf Wasser
 s unbeleuchteten Landsektor
 rs berechnet und von α
 Hilfe der angegebenen Distanz
 Zeit, um den unbeleuchteten

Sektor des
 ne Teil des
 Lichtkegel
 nächst die
 man den
 e Umdre-

Berechnung

als β des Lichtsektors:

$$b = \frac{\beta}{360^\circ} \cdot 88$$

$$\beta = \frac{2,5\pi \cdot 88}{\pi \cdot 88}$$

$$\gamma = \alpha - \beta$$

$$\frac{30^\circ}{360^\circ}$$

$$30^\circ$$

Anteil des

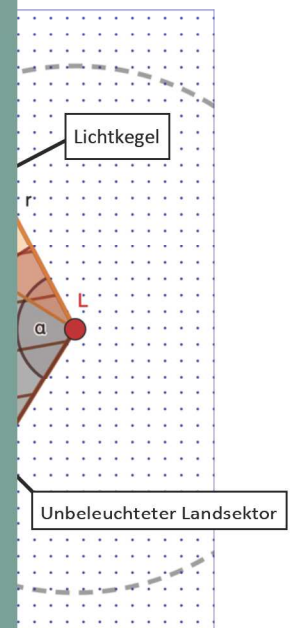
sektors am gesamten Kreis

Benötigte

des unbeleuchteten Landsektors:

Die Wasser

unden lang komplett un-



Es ist auch
des Lichts
Dauer für
um den „U

e des Landsektors zu bere
Anschließend berechne
ehung, d.h. für den gesa
or“ zu überstreichen.

ogenlänge
gegebenen
, die Zeit,

Alternativ:

änge l des Landsektors

$$l = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot$$

$$= 10\pi \text{ km}$$

Berechnu

nbeleuchteten Landsekt

$$s = l - b =$$

$$7,5\pi \text{ km}$$

Umfang d

$$\cdot 15 \text{ km} = 30\pi \text{ km}$$

Anteil des

ektors am gesamten K

$$\frac{7,5\pi \text{ km}}{30\pi \text{ km}} = \frac{1}{4}$$

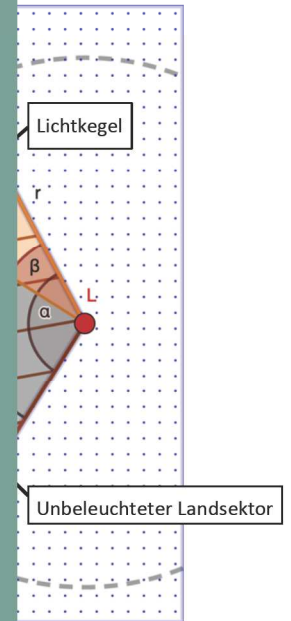
Zeit für Ü

uchteten Landsektors:

$$\frac{1}{4} \cdot 88 \text{ s} =$$

Die Wasse

ang komplett unbeleuch



Möglicher

Punkte	3	13,5 bis 18	18,5 bis 22,5	23 bis 33
Note		4	3	1