



**Aufgabe 3**

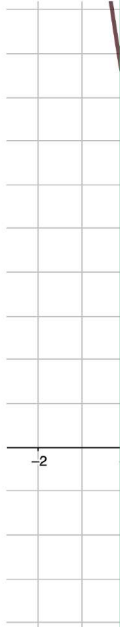
(6 P)

Bestimme  
der Form

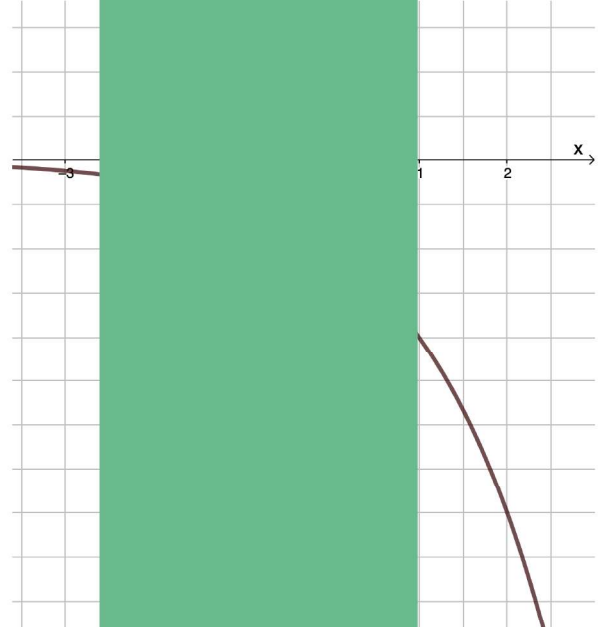
zweiligen Exponentialfunkt  
 $\in \mathbb{R}$ .

tionsterm

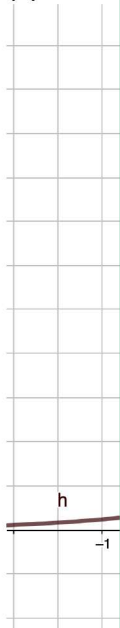
(1)



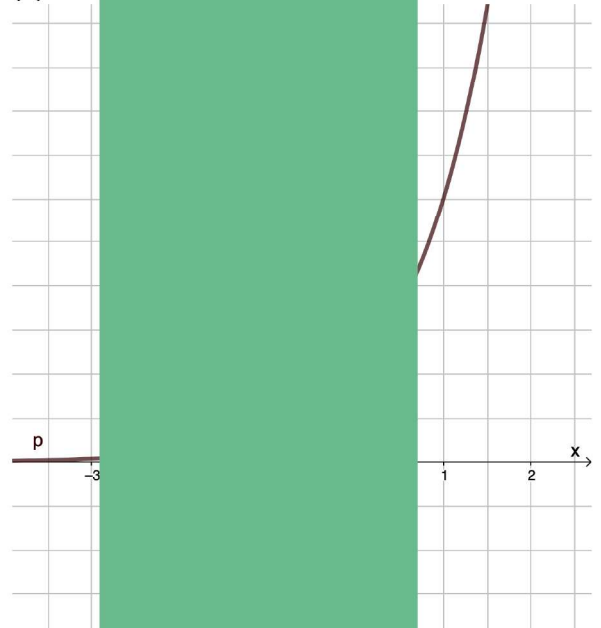
(2)



(3)



(4)



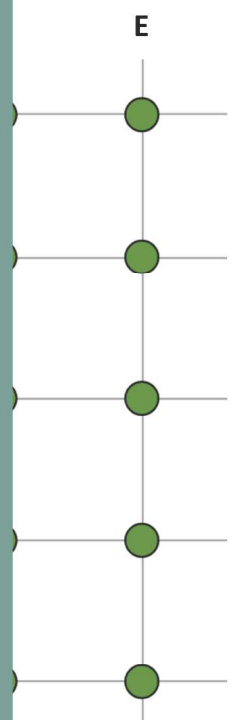
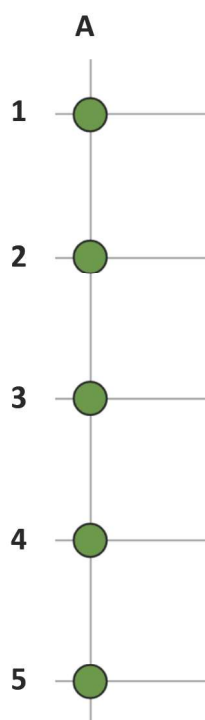
**Aufgabe 4**

**fallsexperimente und Sim**

+ 2 P + 3 P + 3 P)

Auf einem gebildet g tion C3 be kopf und anknabbe einem and immer nu entlang de

ie ab- Posi- Salat- liesen sie zu e sich krecht wegt.



Zu einem kehrt sie n zum Beisp nächsten Z in einem den noch Köpfen kr chen Wah

atkopf cht sie sie im rück, n. Zu enden glei-

Von ihrer

sie in den Aufgaben a) –

köpfen.

a) Erstelle U für „l

ein Baumdiagramm. Verw d „unten“.

, R, O und

b) Berech (i) A3 b

t, dass sich die Schnecke let.

m Feld

c) Beschre Würfel

erhalt simulieren kann, v e zur Verfügung stehen.

r Laplace-

Wir nehme

in alle Richtungen unbeg

d) Der Ba anschli Entsche ihres S chen so keit auf

, entdeckt die Schnecke a dieser Zeit kriecht die Sch seiner Rückkehr zum Fel st weit entfernt davon (z. jedem Salatkopf in Reich e anschließend deine Ents

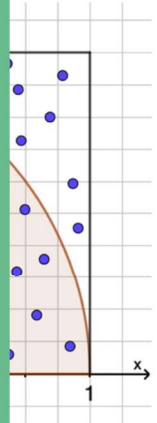
und macht latköpfen. der Nähe ntung) su- scheinlich-

**Aufgabe 5**

- a) Mithilfe der Kreiszahl  $\pi$  gehen 50 Punkte in einem Quadrat mit Seitenlänge 1 m auf dem Schulhof gezeichnet und mit Erbsen gefüllt und be-
- b) Linus und Lukas haben das gleiche Experiment durchgeführt und haben dabei jeweils 50 Punkte in einem Quadrat mit Seitenlänge 1 m auf dem Schulhof gezeichnet und mit Erbsen gefüllt und be-

...ode kann man die Kreiszahl  $\pi$  näherungsweise bestimmen. Erkläre dieses Vorgehen, in der insgesamt 50 Punkte auch einen Näherungswert an  $\pi$  angeben.  
 ...immung der Kreiszahl  $\pi$  durchzuführen und hat ein Quadrat mit Seitenlänge 1 m und dem Schulhof gezeichnet und mit Erbsen gefüllt und be-  
 ...ben beide den gleichen Näherungswert für  $\pi$  erhalten. Erkläre, warum dies mit Tischtennisbällen, die in einem Quadrat mit Seitenlänge 1 m auf dem Schulhof gezeichnet und mit Tischtennisbällen gefüllt und be-

(3 + 2 P)



...mit Erbsen gefüllt und be-  
 ...für  $\pi$  erhält

**Arbeitszeit: 45 Minuten**

(33 Punkte)

10. Klasse Gymnasium  
 Aufgabe aus der Mathematik

LÖSUNGEN

Aufgabe 1

- a)  $B(t) =$  ... l der Minuten  
 Lineare ...  $(t) = B(0) + t \cdot d$  mit  $t \in$  ...  $B(0)$
- b) Exponen ... m:  $B(t) = B(0) \cdot a^t$  mit  $t$  ...  $B(0)$
- Durch l ... lt man zwei Gleichungen

I.  $B(4) = 6,5$

II.  $B(7) = 8,5$

z.B. Auf ...  $B(0) = \frac{8,5}{a^4}$

Einsetz ... ch  $a$ :

$$\frac{8,5}{a^4} \cdot a^7 = 6,5$$

$$\frac{a^7}{a^4} = \frac{6,5}{8,5}$$

$$a^3 = \frac{4}{5}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{4}{5}}$$

Einsetz ... len Gleichungen, um  $B(0)$

z.B. in I

$B(t) =$  ... zahl der Stunden

Die Me ... n im Blut nimmt also pro

Aufgabe 2

		Wahr	Falsch
a) Die Fu ... Der W ... 100%. kation	... eibt exponentielles Wach ... $1 + 1 = 1 + 100\%$ besch ... ... 1 (da $g(x) = 2^x = 1 \cdot 2^x$ ... ppelt.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b) Der Gr ... Da der ... hörige	$= 3,5 \cdot 0,85^x$ fällt für alle $x$ ... ... 85 ist und somit $0 < a <$ ... ... genden Werten von $x$ , da	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3,5 und wird. In	swert durch Multiplikation der x-Achse gilt dies eben		
c) Es gilt: Umsch	$\mathbb{R}^+, u \neq 1.$ ns: $\log_u(\sqrt{u}) = \log_u(u^{0,5})$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d) Die Lö Umsch $\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot$ $\left(\frac{4}{2}\right)^x =$	ichung $2^{-x} \cdot 4^x = 12$ ist x Anwendung der Po	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Die Ex Da die eine po	$c = -4,5$ hat keine Lösung s Ergebnis der Potenz nicht n selbst multipliziert posi	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Aufgabe 3**

(1)  $f(x) =$

(2)  $g(x) =$

(3)  $h(x) =$

$= 2^{-2} \cdot 2^x = 2^{-2+x} = 2^{x-2}$

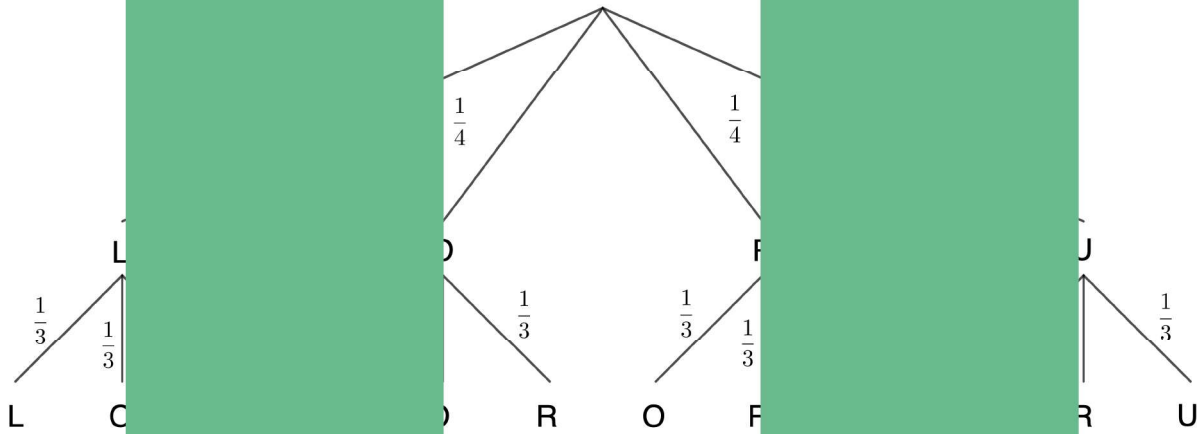
(4)  $p(x) =$

**Aufgabe 4**

a) Von ihm  
kopf. Je  
des Bau  
ten Salat  
nur noch  
Die Bes  
ersten  
rechts,

at die Schnecke vier Mög  
gleich wahrscheinlich, so  
Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{4}$ . Da  
cht, sind es in der zweiten  
e jeweils mit der Wahrsch  
stufe enthält alle Richtungen  
zuerst nach links gekroche  
vorherigen Salatkopf lar

sten Salat-  
sten Stufe  
or besuch-  
ms jeweils  
htung der  
nicht nach



b)

(i)  $P(L)$

Um zur ... muss die Schnecke zweim

(ii)  $P(O) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \approx 16,6\%$

Um zur ... kann die Schnecke entwe ... und dann diese bei-  
nach ob ... en und dann nach rechts ...  
den Wa ... rt werden.

c)

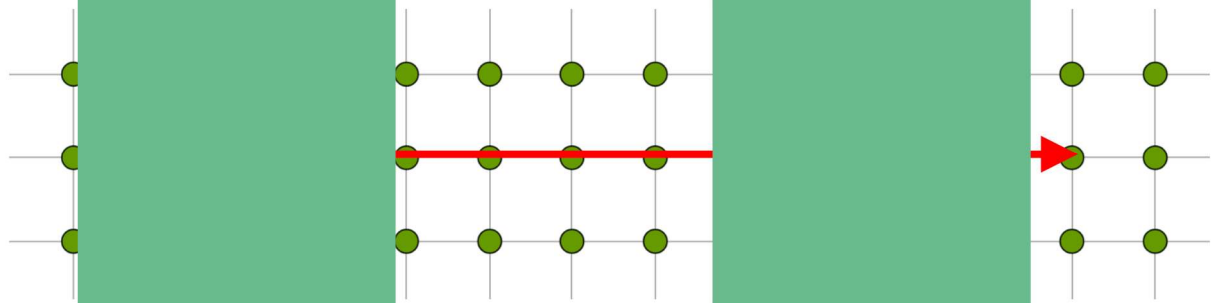
Der ers ... nn durch einen zweifach ... erden, bei  
dem m ...  $\Omega = \{WZ, ZW, WW, ZZ\}$  ... : Wappen  
und Z: ... nis aus  $\Omega$  hat die Wahrsch ... er der vier  
Richtung ... ecke von ihrem Startpunk ... t.  
Den zw ... rch den Wurf eines Lapla ... onismenge  
 $\Omega = \{1, ...$  rzu ordnet man jeder de ... Zahlen aus  
 $\Omega$  zu, d ... ichtigkeit dann jeweils  $\frac{1}{3}$  ist. ...  
Beispie ... on links (ist also nach re ... n in ihrem  
nächste ... unten oder nach rechts l ...  
Man kö ... chts,  $\{3,4\} \mapsto$  oben,  $\{5,6\}$  ...

d)

Der Ba ... n der Nähe ihres Startpur ... Schnecke  
Begrün ... ie möglich vom Startpunk ... . Für diese  
immer ... chen, also nur nach oben ...  
Wege g ... Möglichkeit. Je näher das ... ihrem Aus-  
gangsp ... Möglichkeiten gibt es, die ... mit ist die  
Wahrsch ... sich die Schnecke nahe a ... det.

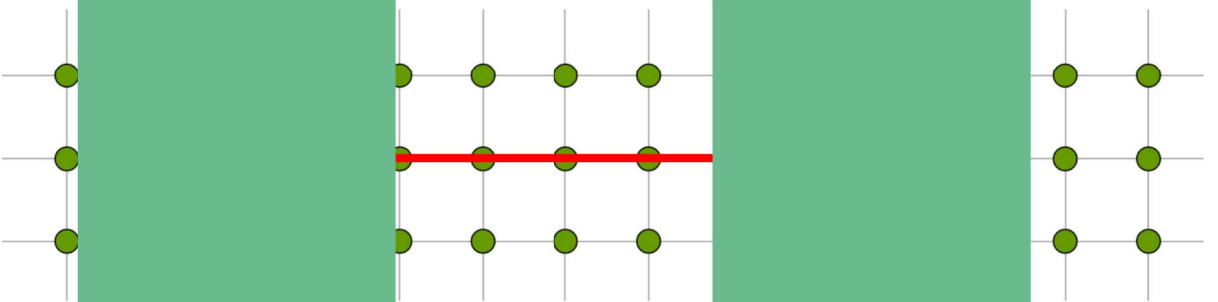
Beispiel

C3 zu M3 in 10 Schritten



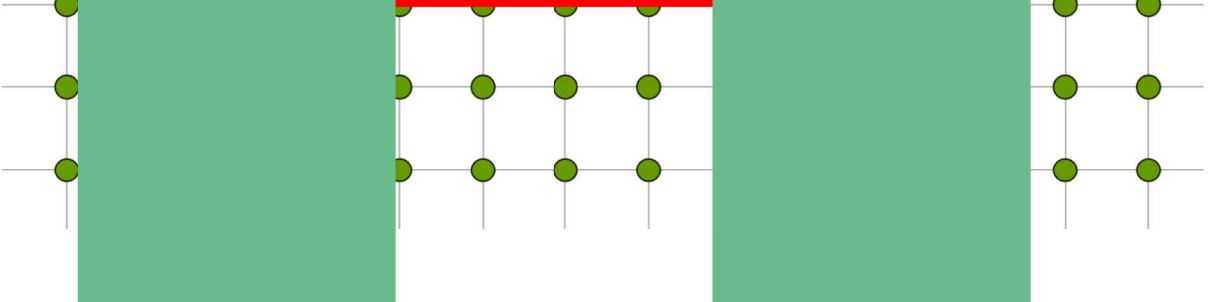
Beispiel

n C3 zu L2 in 10 Schritten



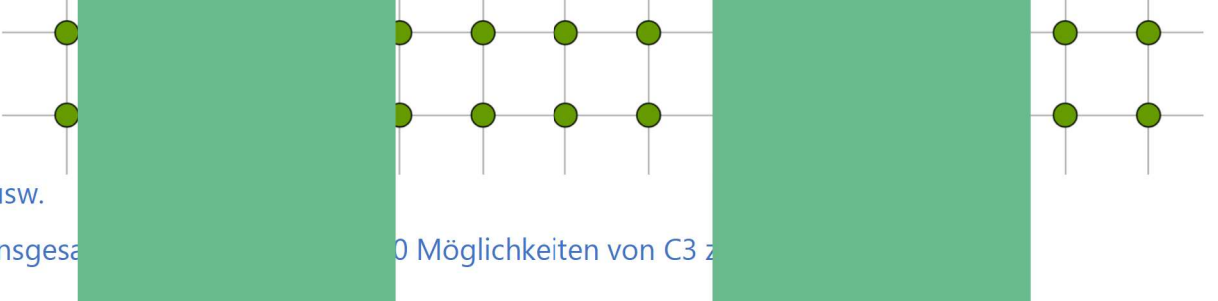
Beispiel

n C3 zu L2 in 10 Schritten



Beispiel

n C3 zu L2 in 10 Schritten



usw.

Insgesamt

10 Möglichkeiten von C3 zu



**Aufgabe 5**

a) Bei der Bestimmung des Flächeninhalts eines Kreises mit dem Radius  $r$  wird ein Quadrat mit der Seitenlänge  $2r$  umschrieben. In dieses Quadrat schließend werden Punkte gleichmäßig verteilt und ermittelt, wie viele der Punkte innerhalb des Quadrats und wie viele außerhalb liegen. In diesem Experiment sind 40 Punkte innerhalb des Quadrats und 10 Punkte außerhalb des Quadrats festgestellt. Das Verhältnis der Punkte innerhalb des Quadrats zu den Punkten außerhalb des Quadrats wird ins Verhältnis  $4:1$  gesetzt. Dieses Verhältnis wird als Schätzwert für das Verhältnis des Flächeninhalts des Vierecks zum Flächeninhalt des Viertelkreises  $A_{\text{Viereck}} : A_{\text{Viertelkreis}} = 1^2 : \frac{1}{4} \cdot \pi$  angenommen.

und die Gleichung  $\frac{40}{10} = \frac{1^2}{\frac{1}{4} \cdot \pi}$  (bzw.  $t = 1^2 = 1$ ):  $\frac{40}{50} \approx \frac{\frac{1}{4} \pi}{1} \Rightarrow$

Daraus lässt sich  $\pi$  für  $\pi$  ermitteln:  $\pi \approx 4 \cdot \frac{4}{5}$

Eine bessere Schätzung für  $\pi$  kann durch Zählen von Kugeln erzielt werden, die in einem Behälter liegen.

Im mathematischen Modell sind die Kugeln punktförmig, d.h. sie sind beliebig dünn. Damit ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kugel exakt auf der Kreislinie landet, gegen Null geht. Solange die Kugeln nicht auf der Kreislinie eintreten, wären beide Vorgehensweisen äquivalent. Das Innere oder das Äußere des Kreises ist irrelevant, solange die Kugeln flächig, man muss sie im Volumen zählen.

Im Experiment sind die Kugeln als auch die Kreislinie zu betrachten. Die Kugeln haben eine Dicke. In diesem Experiment sind die Kugeln für das Experiment als Kreislinie zu betrachten. Die Kreislinie ist so gezogen, dass die Kreislinie (d.h. die Mitte der Kugeln) durch die Mitte der Kugeln verläuft. Im mathematischen Modell ist die Kugel genau dann als Kreislinie zu betrachten, wenn ihr Mittelpunkt auf der Kreislinie liegt. Je genauer die Kreislinie gezeichnet wird, desto genauer wird das Experiment.

b) Klara erntet Erbsen in einem Behälter. Sie hat eine Schätzung für die Anzahl der Erbsen. Nach dem Gesetz der großen Zahlen wird ein besserer Schätzwert für die Anzahl der Erbsen erreicht, wenn sie eine große Anzahl an Erbsen zählend. Nach dem Gesetz der großen Zahlen wird ein besserer Schätzwert für die Anzahl der Erbsen erreicht, wenn sie eine große Anzahl an Erbsen zählend.

Bei der Bestimmung des Volumens eines Körpers sollen Punkte unabhängig voneinander und gleichmäßig verteilt sein. Da die Punkte ein kleineres Volumen haben als Erbsen, ist die Schätzung für die Anzahl der Erbsen genauer als die Schätzung für die Anzahl der Punkte.

Möglicher Punktzahl	3	13,5 bis 18	18,5 bis 24	24 bis 30	30 bis 33
Punkte	3	13,5 bis 18	18,5 bis 24	24 bis 30	30 bis 33
Note		4	3	2	1