

10. Klasse Gymnasium
Aufgabe aus der Mathematik
Bayern, LehrplanPLUS

- Arbeiten sauber und ordentlich.
- Schreibe die Aufgaben sauber auf. Deine Rechenwege sind stets nachvollziehbar.
- Achte bei den Berechnungen auf die Verwendbarkeit des Taschenrechners.
- Der im Taschenrechner verwendete Rechenweg ist für die Lösung der schulaufgaben möglichst eindeutig zu sein. Bei welchen Aufgaben dies nicht der Fall ist, steht in der Überschrift.
- Wird bei einer Aufgabe die Definitionsmenge angegeben, ist die Lösungsmenge ausgeglichen.
- Ist in der Aufgabenstellung nichts anderes angegeben, sind die Ergebnisse gerundet.
- Wahrscheinlichkeiten sind auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gegeben.

Aufgabe 1 Exponentielles Wachstum (mit TR) (5 P)

Ergänze die Tabelle um

a) lineare

t	5
$B(t)$	

b) e

t	5
$B(t)$	

handelt:

Gib jeweils die Funktionsgleichung an.

Aufgabe 2 Exponentielles Wachstum (mit TR) (3 P)

Die Anzahl der Bakterien in einer Bakterienkultur wird durch die Funktion $B(t) = 400 \cdot 1,35^t$ beschrieben, wobei t die vergangene Zeit in Stunden nach dem Beginn um 14.00 Uhr anzeigt.

- a) Berechne die Anzahl der Bakterien in der Kultur zu dem Zeitpunkt, zu dem die Anzahl der Bakterien die Hälfte der Anfangszahl erreicht hat.
- b) Ermittle die Anzahl der Bakterien um 11.30 Uhr.
- c) Bestimme die Wachstumsrate der Bakterienkultur innerhalb der ersten 10 Stunden und vergleiche sie mit der Wachstumsrate der Kultur innerhalb der ersten 20 Stunden. Gib deine Ergebnisse an.

Aufgabe 3

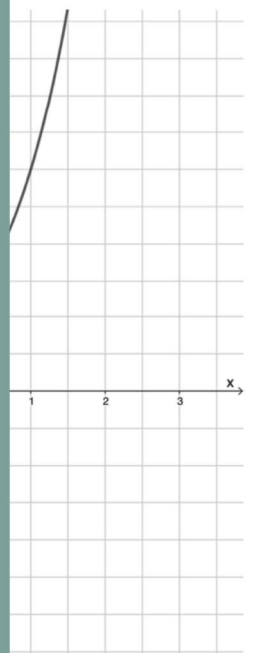
Abgebildete Funktion $f(x) = 3^x$.

a) Vervollständigen Sie die Aussagen mit den Zahlen:

- Der Graph der Funktion $f(x)$ hat die Wertemenge $(1; \infty)$.
- Die x-Achse ist eine Asymptote der Graphen von $f(x)$.
- Spiegelt man den Graphen von $f(x)$ an der y-Achse, erhält man den Graphen der Funktion $f(x) = 3^{x+2} - 1$.
- Der Graph der Funktion $f(x) = 3^{x+2} - 1$ wurde im Vergleich zum Graphen der Funktion $f(x)$ um (4) verschoben.
- Der Graph der Funktion $f(x) = 3^{x+2} - 1$ hat die x-Achse als Asymptote.

b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $g(x) = 0,5 \cdot 3^x$ zusätzlich ein.

(2 P + 2 P)



Aufgabe 4

a) Gib jeweils die Lösungsmenge an:

(i) $\log_0,1(0,001) = y$

b) Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung: $3 \cdot 2^x = y'$

1 P

2 P

1 P

3 P

(2 P + 3 P)

Aufgabe 5

Ein Glücksrad ist in vier Sektoren aufgeteilt. Bei jedem Drehen wird eine Zahl mit zwei Nachkommastellen gezogen.

a) (i) zwei Sektoren sind blau und gelb.

(ii) die Sektoren sind grün und orange.

b) Peter hat die Aufgabe gelöst: „Die Wahrscheinlichkeit, die Zahl 1 zu erhalten.“, wie folgt: $P(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$$P(\text{„genau zwei 1“}) = P(12) + P(13) + P(14)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

Erkläre die Berechnung.

Wahrscheinlichkeitsfallsexperimente (mit TR)

Die Wahrscheinlichkeit, die Zahl 1 zu erhalten, ist $\frac{1}{2}$.

Die Wahrscheinlichkeit, die Zahl 1 zu erhalten, ist $\frac{1}{2}$.

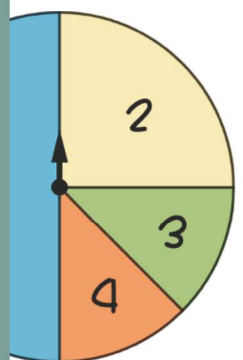
Die Wahrscheinlichkeit, die Zahl 1 zu erhalten, ist $\frac{1}{2}$.

$$P(12) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

0%

Weg, die Aufgabe zu lösen.

(2 P + 3 P)



$$P(1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

Arbeitszeit: 45 Minuten

(33 Punkte)

10. Klasse Gymnasium
 Aufgabe aus der Mathematik

LÖSUNGEN

Aufgabe 1

a)

t	4,5
$B(t)$	20,6

Funktion $B(t) = 14 + t \cdot 1,6$

Allgemein $B(t) = 14 + t \cdot 1,6$ mit $t \in \mathbb{N}_0$ und Anfangsbestand $B(0) = 14$

Konstante Zunahme in gleichen Zeitschritten: $d = B(t + 1) - B(t) = 16,6 - 14 = 2,6$

$15 = 14 + 1 \cdot 1,6$

Anfangsbestand $B(0) = 14$ oder $B(1) = 14 + 1,6 = 15,6$

$B(3) = 14 + 3 \cdot 1,6 = 18,8$ oder $B(3) = B(2) + 1,6 = 17,2 + 1,6 = 18,8$

$B(4,5)$

b)

t	5
$B(t)$	$\approx 67,14$

Funktion $B(t) = 11 \cdot 1,25^t$

Allgemein $B(t) = 11 \cdot 1,25^t$ mit $t \in \mathbb{N}_0$ und Anfangsbestand $B(0) = 11$

Konstante Zunahme in gleichen Zeitschritten: $a = B(t + 1) - B(t) = 11 \cdot 1,25^{t+1} - 11 \cdot 1,25^t = 11 \cdot 1,25^t \cdot (1,25 - 1) = 11 \cdot 1,25^t \cdot 0,25 = 2,75 \cdot 1,25^t$

$B(2) = 11 \cdot 1,25^2 = 17,1875$

$B(5) = 11 \cdot 1,25^5 \approx 67,14$

Aufgabe 2

a) $B(4) =$

1328,6

Die Bank hat den Betrag nach 4 Stunden um ca. 9% erhöht.

Hier ka
eine zu

halts auch abgerundet we

wäre auch

b) Der Be

ist um 14.00 Uhr, 2,5 Stu

= -2,5.

$B(-2,5$

90

Um 11.

kterien vorhanden.

c)

- Proze
1,35 i
- Proze
halb einer halben Stunde
- Das p
Hälfte
ca. 16
ginn o
mehr

halb einer Stunde um 3
halb einer halben Stunde
nerhalb der ersten halbe
zweiten halben Stunde b
och dann auf den bereits
de, so dass absolut gese
, als in der ersten halben

faktor $a =$
 $\approx 1,16$
ger als die
Wachstum
und zu Be-
en Stunde

Aufgabe 3

a) (1) $D_f =$

Die We
Der Gra
an, sch
linke G
ist, d.h.
Funktio

e Menge aller Funktions
hert sich im negativ Ue
so dass alle Funktionswe
tervall eingeschlossen. D
en größer, je größer der x
te Intervallgrenze „+∞“ is

annimmt.
er x-Achse
mit ist die
n steigend
n größten

(2) waa

Je klein
an.

o mehr nähert sich der Gr

er x-Achse

(3) 3^{-x}

Bei ein
stimmt
werden

Achse sollen alle Funktio
n wurden, nun bei desse
beiden Funktionsterme anz

einem be-
enommen

(4) zwe

Versch
kleiner

d eine Einheit nach unter
en nach links, da man be
um den gleichen Funktio

Einheiten
alten.

Versch
noch u

nach unten, da jeder Funk
t wird.

h das "-1"

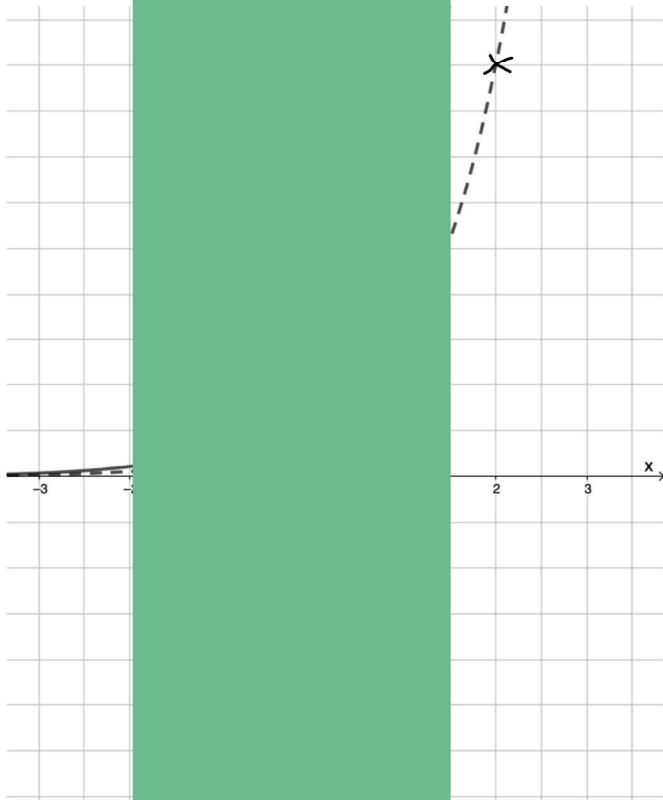
(5) -3^x

Durch
viert, d

em Funktionsterm wird je
gelt.

3^x negati-

b)



Der Vo
 $B(0) =$
 multiplizie
 ler Fun
 tionsw
 gsbestand
 on 3^x mul-
 plizierung al-
 ter Funk-
 tionsw

Aufgabe 4

a)

(i) $y =$

(ii) $y = \frac{1}{1000} = 10^{-3} \text{ (lg(0,001))}$

b)

$3 \cdot 2^x =$

$2^x = \sqrt[3]{}$

$2^x = \sqrt[3]{}$

$x = \frac{1}{2}$

Aufgabe 5

a) (i) $P(11)$

(ii) $P(A \text{ ens } 6) = P(24) + P(33) -$
 $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ 5%

Da z.B. ... nn man auch gleich schr

b) Das Ereignis A kann man als Gegenereignis \bar{A} beschreiben. Nun betrachtet man die Ereignisse A und \bar{A} . Man erhält somit die Wahrscheinlichkeiten $P(A) = 0,25$ und $P(\bar{A}) = 0,25$.
 $P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}) = 0,25 + 0,25 = 0,5 = 50\%$

Möglicher

Punkte	3	13,5 bis 18	18,5 bis 24	25 bis 33
Note	3	4	3	1